

Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de

Capítulo 2

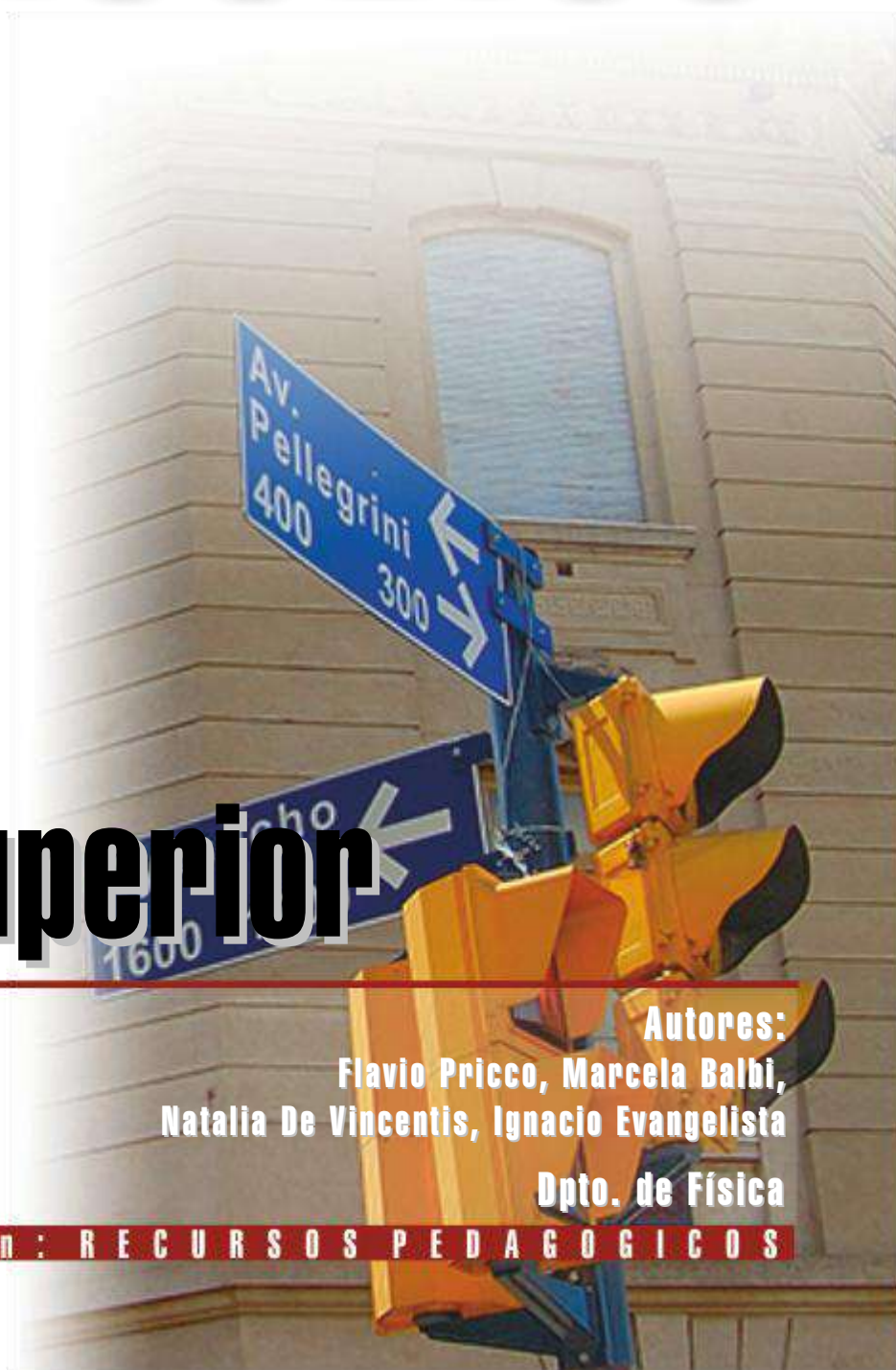
Ingreso

Nivel Superior

Física

Autores:
Flavio Pricco, Marcela Balbi,
Natalia De Vincentis, Ignacio Evangelista
Dpto. de Física

Masterización: RECURSOS PEDAGÓGICOS





2.1. Introducción

En este capítulo estudiaremos los métodos para describir el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta sus causas, esta parte de la física se llama Cinemática. Para ello, primero debemos tener algunos conceptos bien definidos.

2.1.1. Movimiento y Sistema de Referencia

Entenderemos por movimiento el cambio de posición de un cuerpo en el tiempo, pero para decidir si un cuerpo se mueve o no, necesitamos un punto de referencia a partir del que podamos decir que efectivamente se mueve. Este punto de partida se llama sistema de referencia.

Cuando viajamos en un colectivo podemos decir que el asiento del conductor está en reposo respecto del asiento en que estamos nosotros, pero un chico que se encuentra al costado de la carretera se mueve hacia atrás respecto de nuestro asiento. Para el chico el colectivo se mueve según su sistema de referencia. La condición de reposo o de movimiento tiene que ver con el punto de vista que adoptemos. En física el "punto de vista" adoptado lo llamaremos sistema de referencia.

Este sistema de referencia tiene tanta importancia que no podemos hablar de reposo o de movimiento si no hablamos simultáneamente del sistema de referencia a partir del cual se puede establecer esa condición de reposo o de movimiento.

2.1.2. Partícula

Otro aspecto que debemos considerar es el concepto de cuerpo puntual o de partícula. Cuando consideramos el desplazamiento de un automóvil desde Rosario a Santa Fe, frente a la distancia entre ambas ciudades el tamaño del auto hace posible considerarlo puntual.

Otra situación se plantea cuando analizamos el movimiento de un cuerpo extenso, por ejemplo un tren que se desplaza por una vía sólo dos metros, acá de ninguna manera podemos considerar al tren como un cuerpo puntual, sin embargo sí podemos analizar el desplazamiento de un punto del tren ya que en un caso así el movimiento de un punto, por ejemplo el paragolpes, es igual al movimiento de todo el tren.

Si consideramos el movimiento de un fósforo al encenderlo no podemos considerarlo puntual, ya que si bien el cuerpo es relativamente pequeño, el movimiento que realizamos con él es de dos o tres veces su tamaño, y por otra parte cada una de las partes del fósforo tiene un movimiento diferente, de manera que un punto arbitrario del mismo no tiene el mismo movimiento que todos los demás puntos del fósforo.

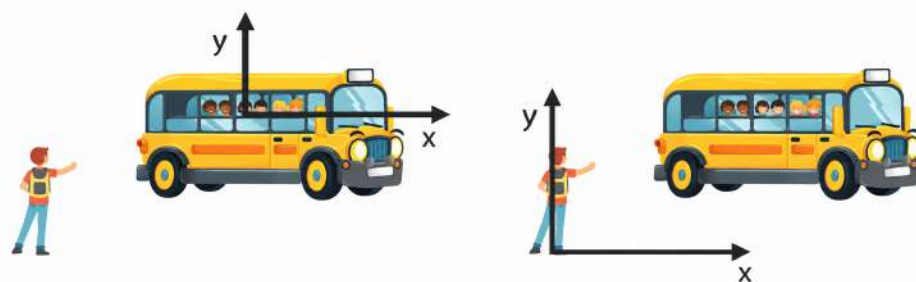


Figura 2.1: Sistema de referencia y observadores en movimiento y en reposo.

2.1.3. Trayectoria

Para describir el movimiento necesitamos establecer, además del sistema de referencia, por donde pasa el móvil; al lugar geométrico constituido por todos los puntos por donde pasa el móvil se llama trayectoria.

A veces la trayectoria es fácil de describir, por ejemplo el movimiento de un tren tiene una trayectoria determinada por la vía. Los automóviles de carrera tienen la trayectoria determinada por el trazado del autódromo. Pero la trayectoria del movimiento de una mosca volando puede ser muy complicada. Lo mismo ocurre con la trayectoria de una pelota mientras se juega un partido de fútbol.

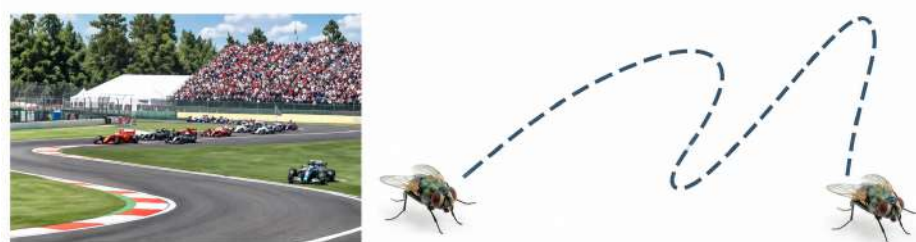


Figura 2.2: Ejemplos de trayectorias rectilíneas y curvilíneas.

2.1.4. Distancia Recorrida

La distancia recorrida se refiere a la longitud de la trayectoria que recorre la partícula en un determinado intervalo de tiempo durante su movimiento. Es una magnitud escalar.

2.1.5. Desplazamiento

Cuando una partícula se mueve desde la posición P_0 hasta la posición P , su desplazamiento está dado por el vector con origen en la posición inicial de la partícula P_0 y extremo en la posición final de la misma P . El desplazamiento es un vector.

Un ejemplo sencillo para comprender la diferencia entre distancia recorrida y desplazamiento sería considerar a una persona que sale de su casa y da una vuelta al-



rededor de la manzana volviendo a la puerta de su casa. Naturalmente, el recorrido es igual a la suma de la longitud de los cuatro lados pero el desplazamiento es cero.

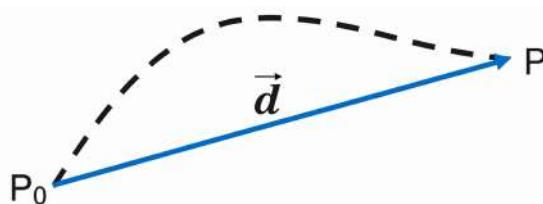


Figura 2.3: Vector desplazamiento $\vec{d}$ entre dos posiciones P_0 y P .

2.2. Movimiento en una Dimensión. Velocidad Media e Instantánea.

Vamos a iniciar nuestro estudio considerando el movimiento de una partícula a lo largo de un camino que por simplicidad consideraremos rectilíneo. Como ya dijimos para definir el movimiento debemos establecer un sistema de referencia, para hacerlo elegimos un punto arbitrario O sobre el camino al que asociaremos un eje de coordenadas Ox tal que nos permita determinar en cada instante la posición de la partícula y a partir de allí estudiaremos el movimiento de la partícula.

Describir el movimiento de una partícula es establecer una relación entre cada uno de los puntos de la trayectoria y el instante de tiempo en que por él pasa el móvil. Estableceremos una relación entre los x_i y los t_i correspondientes, lo que matemáticamente indicaremos con:

$$x = x(t)$$

El dibujo siguiente es la representación gráfica de una ley como la indicada donde se ha indicado el tiempo en abscisas y la trayectoria rectilínea que asociamos al eje x en ordenadas.

La gráfica $x - t$ muestra la descripción de un movimiento rectilíneo a lo largo del eje x . Los valores de x pueden subir y bajar y lo único que eso indica es que el móvil avanza y retrocede. Es importante considerar la posibilidad que x tome valores negativos lo que indica que el móvil se encuentra en un punto del semieje contrario al que nosotros consideramos positivo. El hecho que a partir del tiempo $t = 10$ s los valores de x comiencen a descender indica que el móvil se detuvo y comenzó a retroceder, o lo que es lo mismo a desplazarse en el sentido negativo del eje x .

En particular, en un movimiento rectilíneo, el desplazamiento se representa de la siguiente manera:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_0 \quad (2.1)$$

en donde el módulo del vector desplazamiento está dado por:

$$|\Delta \vec{x}| = |\vec{x} - \vec{x}_0| \quad (2.2)$$

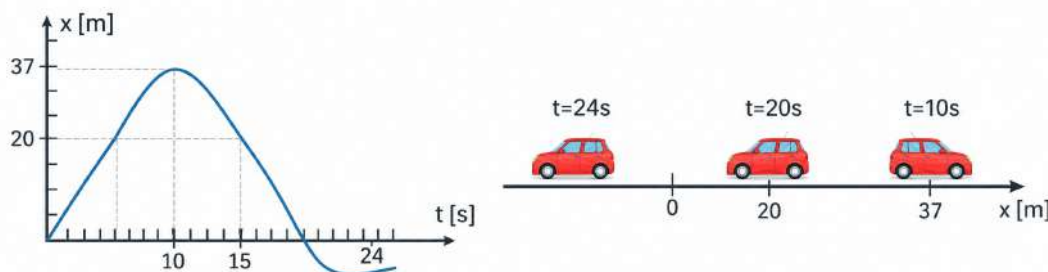


Figura 2.4: Gráfica de posición en función del tiempo $x(t)$ de un movimiento en una dimensión.

2.2.1. Velocidad Media

Definimos velocidad media en un intervalo de tiempo al cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo que demoró el móvil en recorrer ese desplazamiento. Matemáticamente:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad (2.3)$$

Este concepto nos es familiar: cuando se habla de un automóvil que realizó el recorrido de Rosario a Buenos Aires en tres horas, si sabemos que la distancia entre ambas ciudades es de 300 km, acostumbramos a decir que el promedio de velocidad es de $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ y nadie supone que el automóvil realizó todo el recorrido a esa velocidad, establecimos una velocidad media. Todos entendemos además que durante el viaje pudo haber intervalos de tiempo en que el automóvil estuvo detenido y otros en que su velocidad fue mucho mayor.

Vamos a suponer un experimento: que un acompañante del conductor se tome el trabajo de anotar las velocidades que indica el velocímetro en cada instante durante todo el recorrido y luego graficamos las velocidades en función del tiempo. Lo que resulta es una gráfica como la que se indica más abajo.

La recta horizontal representa el valor de la velocidad media, y la curva con sus picos y valles la velocidad que en cada instante tiene el móvil. Entre los puntos t_1 y t_2 la velocidad indica cero y representa un intervalo de tiempo en que el móvil se encuentra detenido. En el instante t_3 el móvil alcanzó la máxima velocidad de todo el trayecto y en el intervalo $t_3 - t_4$ mantuvo una velocidad constante.

Esto significa que el concepto de velocidad media es útil para determinadas situaciones pero no es absolutamente completo ya que no nos indica la velocidad que tuvo el móvil en cada instante del viaje. Del gráfico anterior vemos que si en lugar de tomar un intervalo de tiempo completo tomamos intervalos de tiempo menores



la velocidad media de cada uno de los intervalos se aproximará más a la velocidad que tiene el móvil en cada instante. Eso es lo que se indica en el gráfico siguiente:

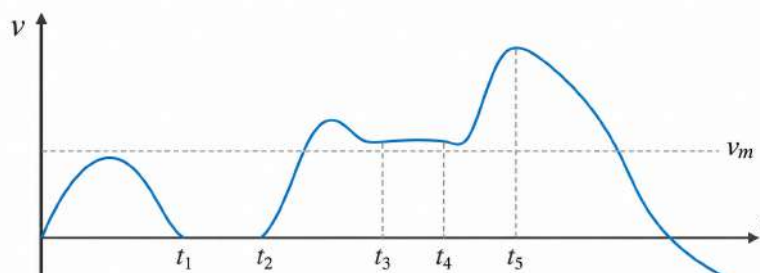


Figura 2.5: Gráfica de velocidad en función del tiempo y velocidad media.

A partir de esto está claro que cuanto menor sea el intervalo de tiempo considerado más se aproximará la velocidad media a la velocidad instantánea del móvil.

2.2.2. Velocidad Instantánea

Definimos velocidad instantánea al límite del cociente $\Delta \vec{x} / \Delta t$ cuando Δt tiende a cero; si bien esto es una operación matemática que en este curso no es necesario realizar, lo que queremos indicar es que cuando los intervalos de tiempo se hacen lo suficientemente pequeños ese cociente nos brinda la velocidad que tiene el móvil en cada instante:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad (2.4)$$

En esta expresión con $\lim$ indicamos la realización de la operación de elegir intervalos de tiempo tan pequeños como sea necesario para poder ajustarnos al movimiento del móvil.

Es necesario destacar que hasta ahora hablamos de velocidad sin considerar su naturaleza (escalar o vectorial); de su definición vemos que se trata de un vector. De manera que la magnitud física velocidad nos informa algo más que la rapidez con que se mueve un cuerpo: también nos informa la dirección y el sentido en que se mueve. Es por eso que el velocímetro del automóvil nos informa solamente del módulo de la velocidad; nosotros debemos agregar, según el sistema de coordenadas elegido, la dirección y el sentido en que se mueve.

Para indicar solamente el módulo de la velocidad algunos autores hablan de celeridad o de rapidez. En este curso, toda vez que nos refiramos a una velocidad de ahora en más es necesario establecer su carácter vectorial, y por lo tanto indicar el sistema de coordenadas en que está referido y sus componentes en él. En cambio cuando hablamos de celeridad o de rapidez nos referiremos al módulo del vector.

En lo sucesivo cuando simplemente hablemos de velocidad se asumirá que nos estamos refiriendo a velocidad instantánea. Las unidades con que se miden las velocidades tanto medias como instantáneas surgen de la misma operación que las

define, en ambos casos se trata de un cociente entre una longitud (el desplazamiento) y un intervalo de tiempo:

$$[v] = \frac{[\Delta x]}{[\Delta t]} = \frac{m}{s} \quad (2.5)$$

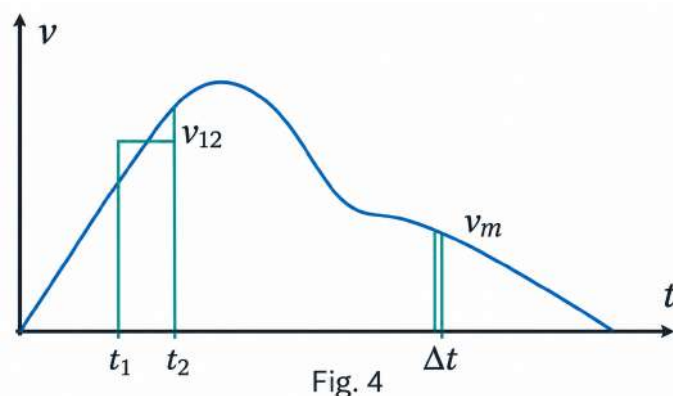


Fig. 4

Figura 2.6: Velocidad instantánea como pendiente de la recta tangente en la gráfica posición-tiempo.

Con esta expresión indicamos las relaciones entre la velocidad, las longitudes y el tiempo. Según sean las unidades elegidas para longitud y tiempo resultarán las unidades de velocidad. Las unidades más comunes para longitud son cm, m, km y las de tiempo h, min, s; de ellas surgen unidades de velocidad como $\frac{m}{s}$, $\frac{km}{h}$, $\frac{m}{min}$, etc.

Es importante destacar que una velocidad no es un cociente entre una longitud y un tiempo, una velocidad es una relación entre una longitud y un tiempo. Cuando hablamos de $120 \frac{km}{h}$ no estamos pensando en que tenga algún sentido físico dividir un kilómetro por una hora: lo que estamos diciendo con la expresión $\frac{km}{h}$ es que el móvil recorre 120 km en una hora.

Ejemplo 1

Usain Bolt ha corrido los 100 m en 9,58 s. ¿A qué velocidad debería ir a su lado un auto para acompañarlo en su recorrido? Expresa el resultado en $\frac{m}{s}$ y en $\frac{km}{h}$ (pase de unidades).

Resolución:

Recuerde que velocidad se define como:

$$\text{velocidad} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}}$$

Por lo tanto:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{9,58 \text{ s}} = 10,4 \frac{m}{s}$$

Realizando el pasaje de unidades a $\frac{\text{km}}{\text{h}}$:

$$10,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 37,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



Figura 2.7: Usain Bolt en los 100 m llanos.

Ejemplo 2

Si un auto se mueve desde Rosario a Buenos Aires, recorriendo 300 km en 3 h. Indique cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas, justificando la elección.

Su velocidad media es:

- a) $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
- b) $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, hacia Rosario
- c) $-100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, hacia Buenos Aires
- d) Su rapidez es $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, sus componentes dependen del sistema de referencia elegido.

Resolución:

De los datos podemos afirmar el valor del módulo del vector velocidad, o sea la rapidez:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{300 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

¿Qué determina el signo de la velocidad? O sea, ¿si es positiva o negativa? **¡El sistema de referencia adoptado!**

- Si adoptamos un sistema de referencia con el eje x positivo hacia la dere-

cha (hacia Buenos Aires), el vector velocidad es positivo:

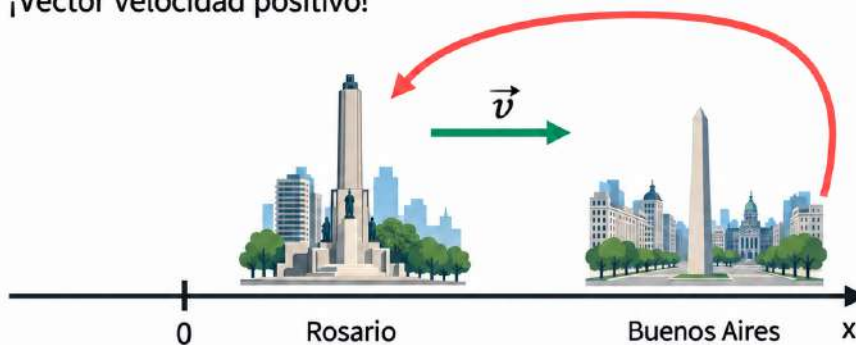
$$v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

- Si adoptamos un sistema de referencia con el eje x positivo hacia la izquierda (hacia Rosario), el vector velocidad es negativo:

$$v = -100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Por lo tanto, la opción correcta es la **d**).

- Sistema de referencia eje x positivo hacia la derecha.
¡Vector velocidad positivo!



- Sistema de referencia eje x positivo hacia la izquierda.
¡Vector velocidad negativo!

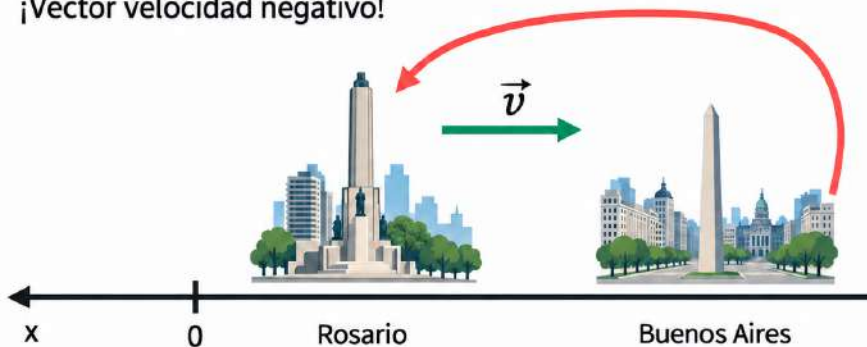


Figura 2.8: Sistemas de referencia adoptados para el movimiento de Rosario a Buenos Aires.

2.3. Movimiento Rectilíneo Uniforme

La vida cotidiana nos presenta muchos casos de movimientos, algunos realmente muy difíciles de estudiar. Es por eso que en este curso restringiremos nuestro estudio



a unos pocos casos sencillos. Uno de ellos es el movimiento rectilíneo.

Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

- **Rectilíneo:** El cuerpo se mueve en una línea recta; la trayectoria es rectilínea. El vector velocidad instantánea tiene una sola dimensión, se mantiene sobre una línea recta.
- **Uniforme:** Módulo del vector velocidad (rapidez) constante:

$$v = \text{cte.} \quad (2.6)$$

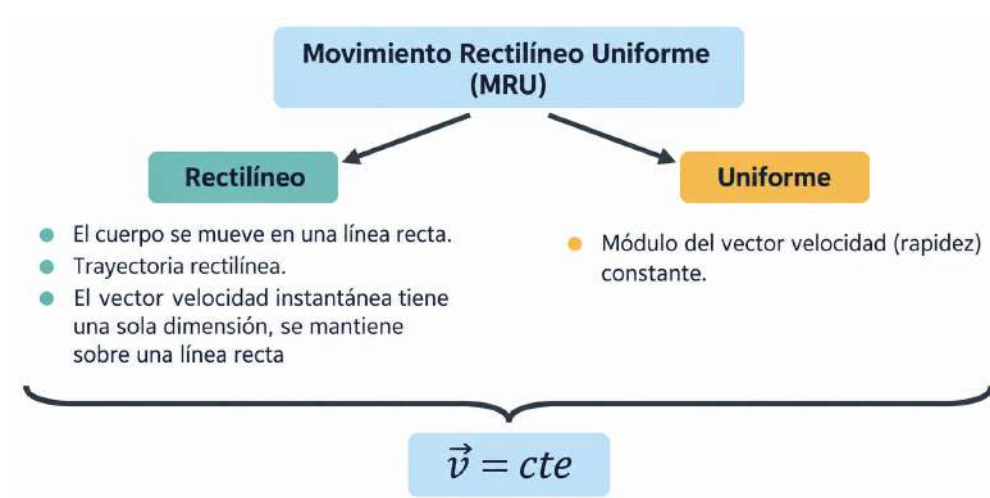


Figura 2.9: Esquema conceptual del Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).

Dado que la velocidad es constante, en todo momento esta será igual a la velocidad media, por lo tanto:

$$\vec{v}_m = \vec{v} = \text{cte.}$$

Como este movimiento es en una sola dimensión, podemos escribir:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Si despejamos x de la ecuación anterior nos queda la **Ley de movimiento del MRU**:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0) \quad (2.7)$$

O bien, considerando $\Delta t = t - t_0$:

$$x(t) = x_0 + v\Delta t \quad (2.8)$$

La ecuación anterior nos permite determinar la posición de una partícula en cada instante de tiempo, conocida su velocidad y su posición inicial.

2.3.1. Gráficas

La representación gráfica de la posición en función del tiempo para un MRU es una recta cuya pendiente representa la velocidad del móvil.

GRÁFICAS

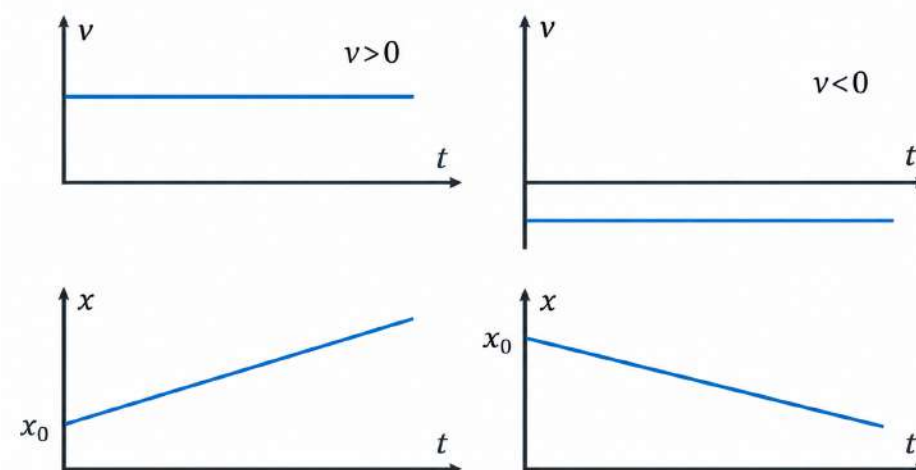


Figura 2.10: Gráficas de posición y velocidad en función del tiempo para el MRU.

Otro aspecto destacable es que en el gráfico velocidad-tiempo el área bajo la recta representa (en una cierta escala) el valor del desplazamiento, tal como se muestra en el gráfico:

$$\Delta x = x - x_0 = v \cdot \Delta t$$

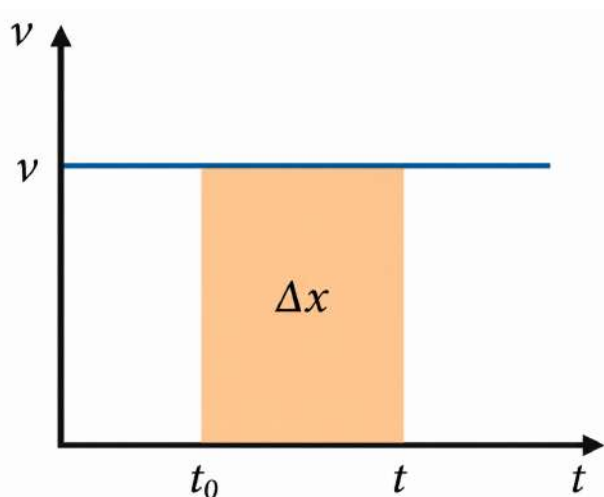


Figura 2.11: El área bajo la curva en la gráfica velocidad-tiempo representa el desplazamiento.

Ejemplo 3

Pedro sale de su casa y camina con una velocidad constante de $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Juan observa desde su ventana dicha situación y quiere determinar la posición de Pedro al cabo de 5 s. Suponiendo que Juan comienza su estudio cuando Pedro está a 20 m de su casa, determine la posición a cada segundo.

Resolución:

El paso más importante para resolver un problema es entender el enunciado y hacer un dibujo del mismo.

■ Datos del problema según nuestro sistema de referencia:

- $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (constante)
- $x_0 = 20 \text{ m}$
- $t_0 = 0 \text{ s}$ (suponemos que nuestro estudio arranca con el reloj en cero)

- #### ■ ¿Qué necesito averiguar?
- La posición de Pedro, o sea x , para los tiempos $t = 1, 2, 3, 4$ y 5 s .

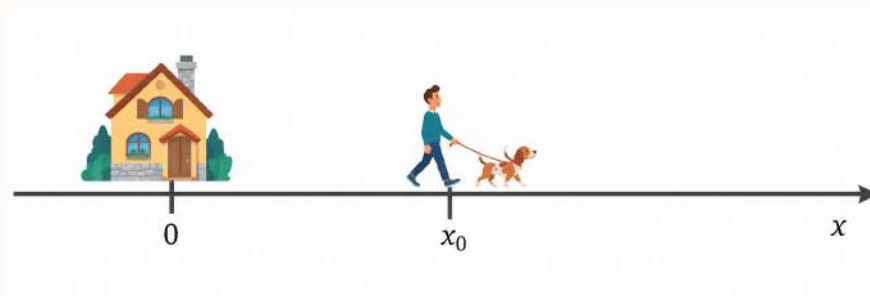


Figura 2.12: Esquema del problema de Pedro y Juan con el sistema de referencia adoptado.

Ahora sí estamos en condiciones de plantear las ecuaciones para contestarle a Juan dónde se encuentra Pedro. Planteamos la ecuación de MRU, $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$, para cada instante de tiempo:

- Para $t = 1 \text{ s}$: $x = 20 \text{ m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} = 25 \text{ m}$
- Para $t = 2 \text{ s}$: $x = 20 \text{ m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 30 \text{ m}$
- Para $t = 3 \text{ s}$: $x = 20 \text{ m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} = 35 \text{ m}$
- Para $t = 4 \text{ s}$: $x = 20 \text{ m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} = 40 \text{ m}$
- Para $t = 5 \text{ s}$: $x = 20 \text{ m} + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 45 \text{ m}$

2.4. Aceleración Media e Instantánea

Vamos a considerar el caso de un móvil que desplazándose en una trayectoria rectilínea modifica su velocidad a través del tiempo. Con el mismo criterio con que antes definimos velocidad media ahora definiremos aceleración media al cociente entre la diferencia de velocidades dividida por el intervalo de tiempo considerado. Como las velocidades son entes vectoriales, la diferencia de velocidades también lo es, por lo que la aceleración media también es un ente vectorial:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} \quad (2.9)$$

Como antes en el caso de la velocidad media, la aceleración media nos da cierta información acerca de la variación de la velocidad pero esta información no es completa; igual que antes, cuanto menor sea el intervalo de tiempo mejor será la información que tendremos respecto a la variación de velocidad. Es por eso que definimos aceleración instantánea como:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (2.10)$$

En lo sucesivo cuando hablemos de aceleración simplemente, se asumirá que nos referimos a la aceleración instantánea. Las unidades con que medimos la aceleración surgen, como en el caso de la velocidad, de su propia definición:

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2} \quad (2.11)$$

De manera que una aceleración estará dada en unidades de $\frac{m}{s^2}$ o en $\frac{km}{h^2}$, etc. Dada una aceleración de, por ejemplo $15 \frac{m}{s^2}$, no se trata de 15 m dividido un segundo al cuadrado, expresión carente de todo sentido físico, sino de una forma abreviada de escribir que se trata de un móvil que modifica su velocidad de manera tal que la incrementa en $15 \frac{m}{s}$ en un segundo de tiempo.

2.5. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ahora estamos en condiciones de definir el movimiento rectilíneo uniformemente variado, que es el que corresponde a un móvil que se desplaza sobre una trayectoria rectilínea con aceleración instantánea constante.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

- **Rectilíneo:** El cuerpo se mueve en una línea recta; la trayectoria es rectilínea. El vector aceleración instantánea tiene una sola dimensión, se mantiene sobre



una línea recta.

- **Uniformemente Variado:** Módulo del vector aceleración constante:

$$a = \text{cte.} \quad (2.12)$$

Dado que la aceleración es constante, en todo momento esta será igual a la aceleración media, por lo tanto:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Como vamos a estudiar el movimiento en una sola dimensión podemos plantear la **ecuación horaria de la velocidad**:

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0) \quad (2.13)$$

Se puede probar, además, que se cumple la **ecuación horaria de la posición**:

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (2.14)$$

Y combinando ambas expresiones se obtiene la **ecuación complementaria**:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \implies v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (2.15)$$

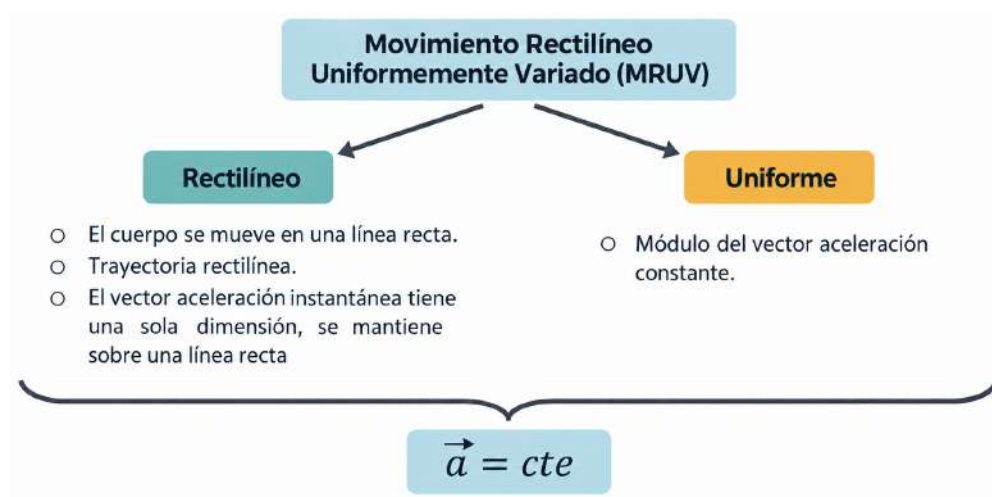


Figura 2.13: Esquema conceptual del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

2.5.1. Gráficas

Las gráficas para este tipo de movimiento serían las siguientes:

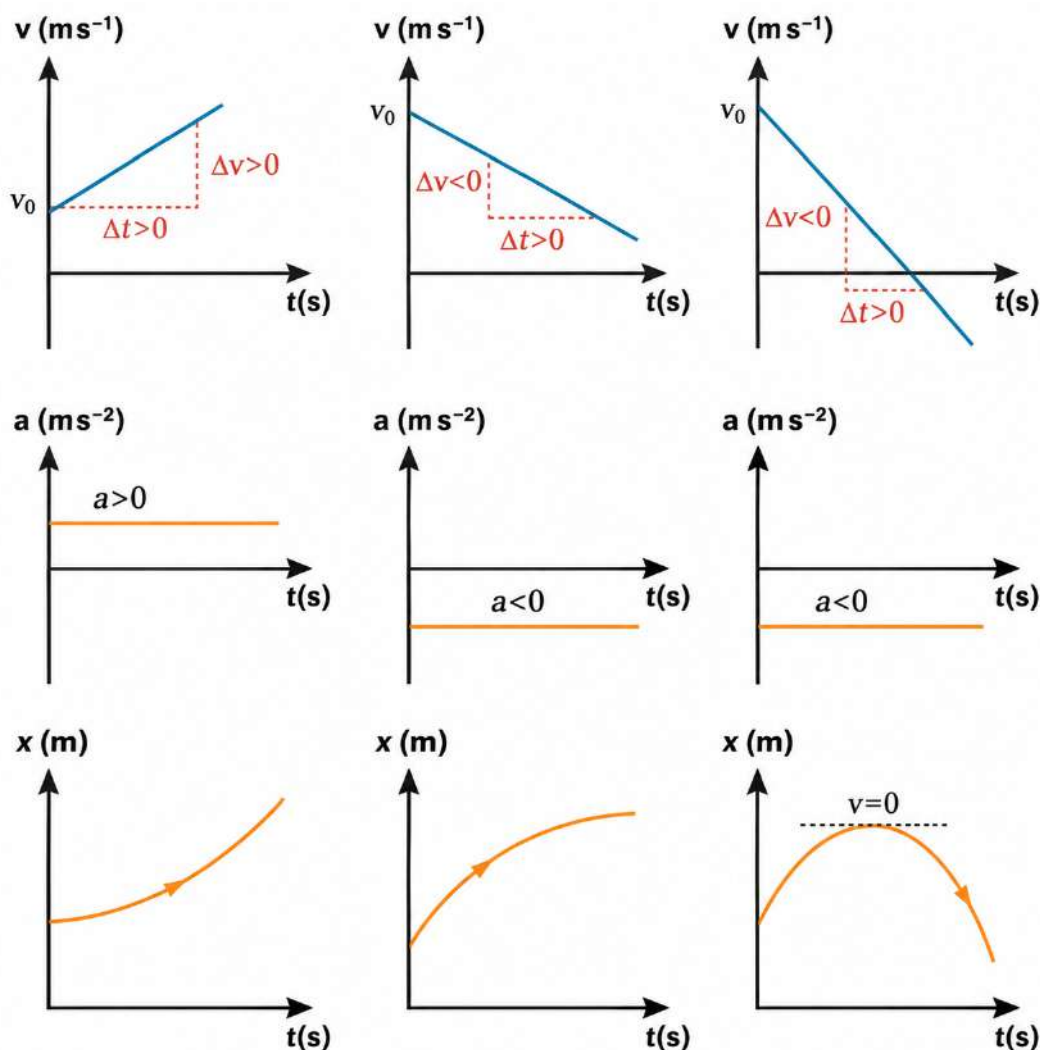


Figura 2.14: Gráficas características de posición, velocidad y aceleración en el MRUV.

2.6. Consideraciones sobre las Cuestiones y los Problemas

Todos los libros de texto de física incluyen problemas al final del capítulo, pero son pocos los que explican qué objeto tiene hacer esos problemas (Cf. *Mecánica Elemental* de Juan G. Roederer, Ed. Eudeba, Buenos Aires, varias ediciones) por lo que consideramos conveniente incluir un comentario sobre los mismos.

Nuestra tarea es el aprendizaje de la física, pero no cualquier aprendizaje. Lo que se pretende lograr es un aprendizaje significativo, que es algo distinto de recitar expresiones aprendidas de memoria. Este aprendizaje debe hacerse a través de un trabajo de reflexión sobre los conceptos que se han desarrollado hasta ahora. En general es difícil realizar esta tarea de reflexión para la comprensión de los conceptos sin caer en la repetición memorística si no se dispone de ejemplos a través de los cuales aplicar estos conceptos y ver cómo operan los mismos en el marco de la teoría



que se debe aprender.

La simple aplicación de una fórmula para resolver el problema carece de sentido porque no implica la incorporación de los conceptos y de su forma de operar con ellos que es lo que debe quedar al finalizar el aprendizaje de la materia.

Con la idea que resolver los problemas tiene un sentido de aprendizaje y no son un fin en sí mismo daremos algunas indicaciones para que la solución de los problemas sea sistemática y se destine el tiempo a la reflexión sobre los conceptos aplicados en los mismos.

Los pasos a seguir para resolver cualquier problema son los siguientes:

1. Establecer el sistema de referencia y el sistema de coordenadas asociado al mismo.
2. Escribir los datos del problema en términos del sistema de coordenadas elegido.
3. Si fuera necesario, homogeneizar las unidades.
4. Plantear las ecuaciones del sistema.
5. Resolver las ecuaciones.

Como se ve de lo anterior, resolver los problemas de física no implica gran dificultad, es por eso que saber resolver los problemas no significa saber física y, por el contrario, saber física deja como residuo saber resolver problemas y además saber qué se está haciendo.

Ejemplo 4

En el año 2001, la empresa Segway Inc. produjo el primer dispositivo de transporte personal con autobalanceo (balanceo asistido por computadora): el Segway PT. En julio de 2018, la empresa lanzó los Segway Drift W1, unos patines con un diseño innovador dotados de autobalanceo.



Figura 2.15: Dispositivo de transporte personal Segway Drift W1.

Un niño parte del reposo con sus Segway Drift W1 y acelera hasta alcanzar una velocidad de $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ en 5 s. A continuación, se mueve a velocidad constante durante 20 s. Finalmente desacelera a razón de $0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ hasta detenerse.

Determine la distancia total recorrida por el niño y realice las gráficas a vs. t , v vs. t y x vs. t .

Resolución:

En este problema tenemos una combinación de movimientos: con aceleración constante (MRUV), con velocidad constante (MRU) y con aceleración negativa o desacelerado (MRUV). Por lo tanto, debemos resolverlo por etapas:

1ra etapa: MRUV (Aceleración)

■ Datos:

- $v_0 = 0$ (parte del reposo)
- $v_1 = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 6 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- $\Delta t_1 = 5 \text{ s}$
- $x_0 = 0$

■ Aceleración:

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t_1} = \frac{1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = 0,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

■ Distancia recorrida en la 1ra etapa:

$$\Delta x_1 = x_0 + v_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} a_1 (\Delta t_1)^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 4,17 \text{ m}$$

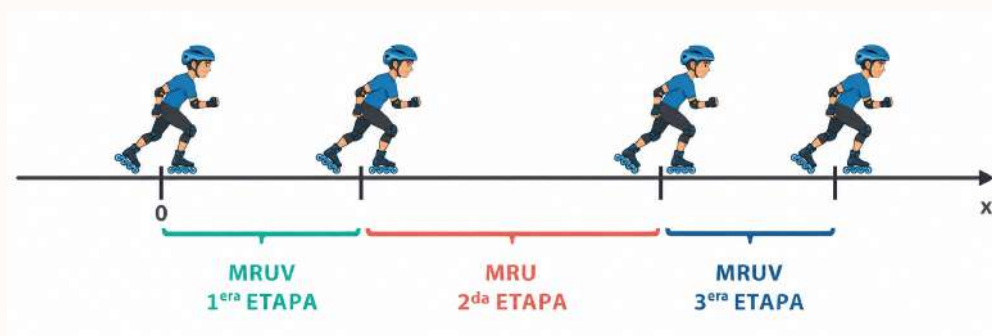


Figura 2.16: Esquema del movimiento en tres etapas: aceleración, velocidad constante y frenado.

2da etapa: MRU (Velocidad constante)

■ Datos:

- $v = 1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (constante)
- $\Delta t_2 = 20 \text{ s}$



■ **Distancia recorrida en la 2da etapa:**

$$\Delta x_2 = v \cdot \Delta t_2 = 1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} = 33,4 \text{ m}$$

(Tomando como origen el inicio de esta etapa, recorre 33,4 m).

3ra etapa: MRUV (Frenado)

■ **Datos:**

- $v_{03} = 1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- $v_3 = 0$ (hasta detenerse)
- $a_3 = -0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (¡con signo negativo porque desacelera!)

■ **Tiempo de frenado:**

$$v_3 = v_{03} + a_3 \cdot \Delta t_3 \Rightarrow 0 = 1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 3 \text{ s}$$

■ **Distancia recorrida en la 3ra etapa (utilizando la ecuación complementaria):**

$$v_3^2 = v_{03}^2 + 2a_3\Delta x_3 \Rightarrow 0 = (1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - 2 \cdot 0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \Delta x_3$$

$$\Delta x_3 = \frac{(1,67 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2,5 \text{ m}$$

Distancia total recorrida:

$$x_{\text{total}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 4,17 \text{ m} + 33,4 \text{ m} + 2,5 \text{ m} = 40 \text{ m}$$

El tiempo total transcurrido es:

$$t_{\text{total}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = 5 \text{ s} + 20 \text{ s} + 3 \text{ s} = 28 \text{ s}$$

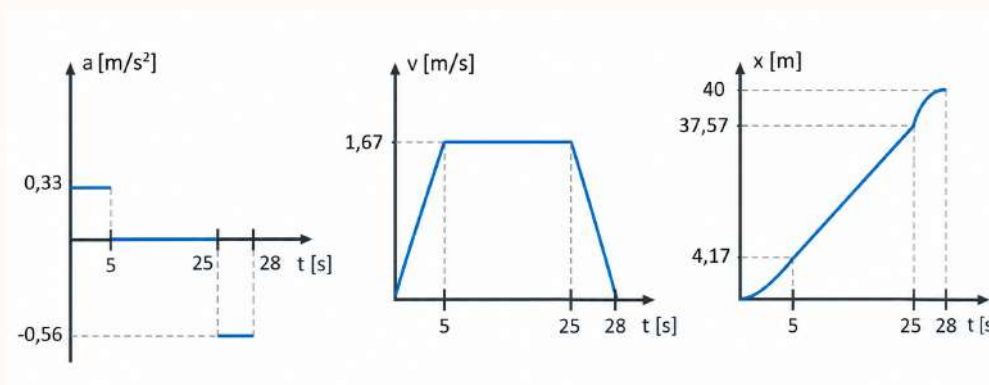


Figura 2.17: Gráficas de aceleración, velocidad y posición en función del tiempo para el Ejemplo 4.

Cuestiones

- A ¿Cómo puede precisarse la posición de una partícula?
- B ¿Cuándo se puede considerar un cuerpo como partícula?
- C Dé ejemplos de cuerpos de gran tamaño en situaciones tales que puedan ser considerados partículas y para el mismo cuerpo situaciones en que no puedan ser considerados partículas.
- D Al estudiar el movimiento de traslación de un carrito de un metro de longitud que se desplaza a lo largo de una vía recta de 5 m de longitud, ¿tomaría al carrito como un cuerpo puntual?
- E Si la velocidad media de una partícula en un determinado intervalo de tiempo es cero, ¿la partícula está en reposo en dicho intervalo?
- F ¿Qué mide el velocímetro de un coche: la velocidad, la celeridad o el módulo de la velocidad?
- G ¿Es el desplazamiento de una partícula, en un intervalo de tiempo dado, igual al producto de la velocidad media por el intervalo temporal, incluso si la velocidad no es constante?
- H ¿En qué condiciones la velocidad media es igual a la instantánea?
- I En un intervalo de tiempo determinado la velocidad de una partícula varía desde v_1 hasta v_2 , por lo tanto, ¿podemos decir que su velocidad media en dicho intervalo es $(v_1 + v_2)/2$? Explique.
- J Cuando la aceleración es constante, la velocidad media de una partícula es igual a la semisuma de las velocidades inicial y final. ¿Sigue siendo cierto si la aceleración no es constante? Explique.
- K ¿Qué significa decir que la velocidad de un móvil que se mueve con movimiento rectilíneo es de $7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? ¿Y $-7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?
- L Para cada una de las siguientes proposiciones consigne si son verdaderas o falsas. Si son verdaderas explíquelas, si son falsas dé un contraejemplo:
 - a) La ecuación $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ es válida para todo movimiento en una dimensión.
 - b) Si la aceleración es cero la partícula no puede estar moviéndose.
 - c) El desplazamiento es igual al área encerrada bajo la curva velocidad-tiempo.
 - d) La velocidad media es siempre igual al valor medio de las velocidades inicial y final.
- M Una gran velocidad, ¿implica una gran aceleración?



14. En el movimiento rectilíneo, ¿coincide siempre el módulo del vector desplazamiento con la distancia recorrida?
15. ¿En el movimiento rectilíneo puede cambiar de sentido la velocidad de un cuerpo si su aceleración es constante?
16. Un auto recorre la mitad de la distancia de un viaje con una velocidad media v_1 y la otra mitad con la velocidad media v_2 . ¿Cuál es la velocidad media de todo el viaje? ¿Qué ocurre si recorre un cuarto de la distancia con velocidad media v_1 y el resto con velocidad media v_2 ? Determine la velocidad media total (en ambos casos la trayectoria es rectilínea).
17. ¿Cuáles de las siguientes gráficas pueden representar la posición de un móvil en función del tiempo?

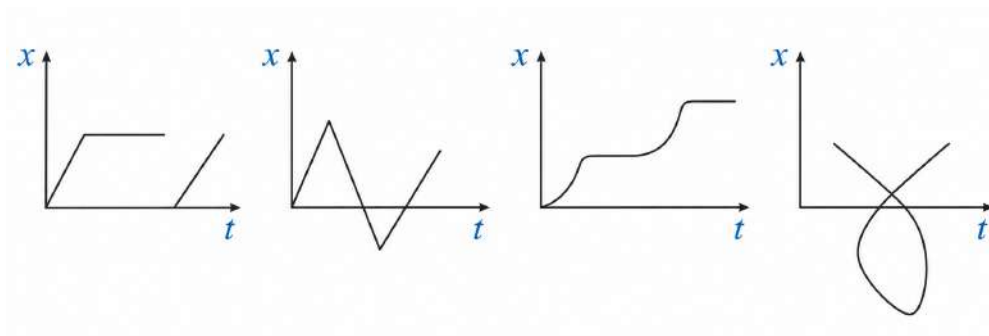


Figura 2.18: Gráficas de posición en función del tiempo para la Cuestión 17.

Problemas

1. Un móvil recorre 2000 km en 3 h. Determina la velocidad media y exprésala en $\frac{m}{s}$ y $\frac{cm}{s}$.
2. ¿Cuál es el desplazamiento de un coche que viaja a una velocidad media de $40 \frac{km}{h}$ durante 22 min?
3. ¿El desplazamiento de un móvil debe coincidir, necesariamente, con la distancia recorrida? Si no es así, cita un ejemplo.
4. ¿A qué distancia se encuentra la estrella “61 del Cisne” si su luz necesita once años para llegar a la Tierra? (distancia descubierta por Bessel en 1838) [$c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$].
5. Completa el siguiente cuadro:

Móvil	$v [\frac{m}{s}]$	$v [\frac{km}{h}]$
Caracol	10^{-3}	
Hombre caminando	1,1	
Galgo corriendo	16	
Automóvil		250
Sonido en el aire	331,5	
Avión subsónico		900
Avión supersónico		$1,078 \cdot 10^3$
Tierra alrededor del Sol	$2,4 \cdot 10^4$	
Cohete espacial	$2 \cdot 10^4$	

6. En un tramo recto de una carretera un automóvil lleva una velocidad uniforme de $70 \frac{km}{h}$. Detrás de éste y a 35 km de distancia, otro automóvil avanza con velocidad uniforme de $110 \frac{km}{h}$. ¿En cuánto tiempo alcanzará éste al primero, suponiendo que mantienen el movimiento rectilíneo y uniforme? Además de encontrar el resultado analítico realiza los gráficos espacio-tiempo de ambos móviles.
7. Un móvil parte del reposo en el tiempo cero y se determinaron las velocidades en distintos instantes a partir del mismo resultando:

$t [s]$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$v [\frac{m}{s}]$	0	0	2	5	10	15	20	24	24

- a) Calcula la aceleración media para cada intervalo de 2 s. ¿Es constante la aceleración?
- b) Construye una gráfica velocidad-tiempo.



- c) ¿Cuál es el desplazamiento en los primeros 8 s?
- d) ¿Cuál es la distancia total recorrida durante ese tiempo?
8. Cada uno de los siguientes cambios de velocidad tiene lugar en un intervalo de tiempo de 10 s y mientras la partícula en movimiento se desplaza sobre un eje horizontal. Determina la dirección, el sentido y el valor de la aceleración media para cada intervalo, recuerda que se trata de un vector. Determina para cada caso si el movimiento es acelerado o desacelerado:
- a) Al comienzo del intervalo se mueve hacia la derecha con velocidad inicial $v_i = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y al final del mismo la velocidad es $v_f = 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ hacia la derecha.
- b) Al comienzo se mueve hacia la derecha con $v_i = 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y al final hacia la derecha con $v_f = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.
- c) Al comienzo hacia la izquierda con $v_i = 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y al final hacia la izquierda con $v_f = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.
- d) Al comienzo hacia la izquierda con $v_i = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y al final hacia la izquierda con $v_f = 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.
- e) Al comienzo hacia la izquierda con $v_i = 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ y al final hacia la derecha con $v_f = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.
9. Un trineo parte del reposo con una aceleración constante de $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
- a) ¿Qué velocidad lleva al cabo de 5 s?
- b) ¿Qué distancia recorre en 5 s?
- c) ¿Cuál es la velocidad media durante los primeros 5 s?
- d) ¿Qué distancia ha recorrido hasta el instante en que su velocidad alcanza los $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?
10. Un automóvil acelera de $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ en 13 s. Calcula:
- a) La aceleración en $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
- b) La distancia recorrida en ese tiempo, suponiendo que la aceleración sea constante.
11. Un automóvil que parte del reposo posee una aceleración constante y tarda 2 s en pasar por dos puntos distantes entre sí 24 m. Su velocidad cuando pasa por el segundo punto es de $14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calcula:
- a) La velocidad media en el intervalo de 2 s.
- b) La velocidad cuando pasó por el primer punto.
- c) Su aceleración.
- d) La distancia desde el punto de partida hasta el primer punto de referencia.

12. Un coche que inicialmente se mueve con velocidad constante se acelera a razón de $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ durante 12 s. Si en ese tiempo recorre 190 m, ¿cuál era la velocidad del coche cuándo comenzó a acelerar?
13. Un tren parte del reposo de una estación y acelera durante 1 min con una aceleración constante de $1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Después marcha a velocidad constante durante 3 min y luego, desacelera a razón de $2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ hasta que se detiene en la estación siguiente.
 - a) Calcula la distancia total recorrida por el tren.
 - b) Grafica $a = f(t)$, $v = f(t)$ y $x = f(t)$.
14. Dada la gráfica de la Figura 2.19, que corresponde a la velocidad en función del tiempo:
 - a) Representa gráficamente la aceleración en función del tiempo en el intervalo 0 s; 13 s.
 - b) Representa $x = f(t)$ en el mismo intervalo.
 - c) Determina cuál es el desplazamiento al cabo de 13 s.

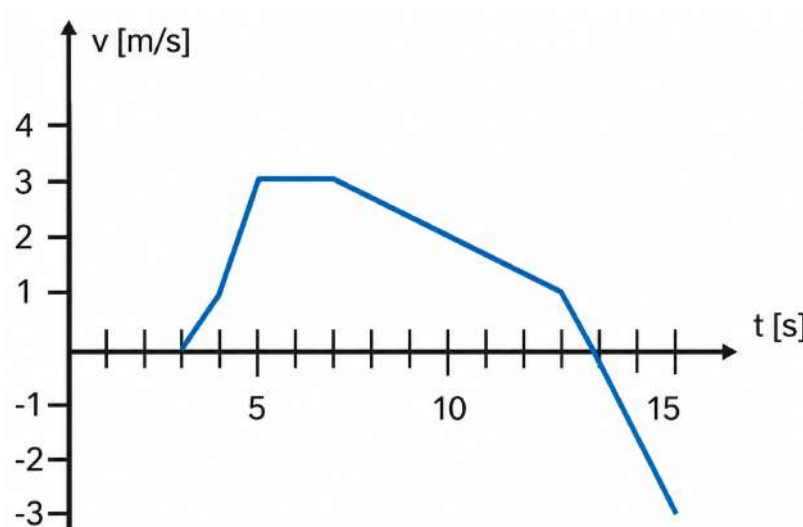


Figura 2.19: Gráfica de velocidad en función del tiempo para el Problema 14.



Respuestas

1. **Datos:** $\Delta x = 2000 \text{ km}$, $\Delta t = 3 \text{ h}$.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2000 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Pasajes de unidades:

$$666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 185,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{100\,000 \text{ cm}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 18\,518,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

2. $\Delta x = 14\,666,67 \text{ m} = 14,67 \text{ km}$.
3. **NO.** Por ejemplo, un hombre que da la vuelta a la manzana: su desplazamiento es nulo ($\Delta x = 0$), pero la distancia recorrida es de aproximadamente 400 m.
4. $\Delta x = 1,04 \cdot 10^{17} \text{ m}$.
5. Cuadro completo:

Móvil	$v \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	$v \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$
Caracol	10^{-3}	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Hombre caminando	1,1	3,96
Galgo corriendo	16	57,6
Automóvil	69,44	250
Sonido en el aire	331,5	1193,4
Avión subsónico	250	900
Avión supersónico	299,44	$1,078 \cdot 10^3$
Tierra alrededor del Sol	$2,4 \cdot 10^4$	$8,64 \cdot 10^4$
Cohete espacial	$2 \cdot 10^4$	$7,2 \cdot 10^4$

6. Este problema es **MUY IMPORTANTE** y representa lo que se denomina “problema de encuentro”.

Si dibujamos la situación de los dos autos A y B en un instante inicial $t_0 = 0$ (por simplicidad consideramos el instante inicial en 0 s) y colocamos el auto B de modo que su posición inicial coincida con el origen ($x_{0B} = 0$), el auto A se encuentra a $x_{0A} = 35 \text{ km}$.

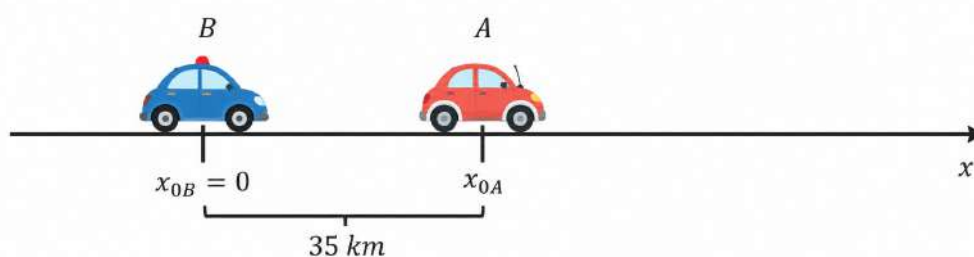


Figura 2.20: Situación inicial de los automóviles A y B en $t_0 = 0$.

A medida que pasa el tiempo, ambos autos se desplazan en la misma dirección y sentido. Ahora bien, como el auto B tiene mayor velocidad que el auto A (y ambos mantienen su velocidad constante), va a llegar un momento en que el auto B alcance al A. ¿Cuál sería la situación de los autos en el momento del encuentro? ($t = ?$)

Analicemos el problema:

- Ambos autos mantienen su velocidad constante durante todo el recorrido (MRU):

$$\text{Auto A: } x_A = x_{0A} + v_A \cdot t_A$$

$$\text{Auto B: } x_B = x_{0B} + v_B \cdot t_B$$

- El tiempo t que pasa entre el instante inicial $t_0 = 0$ y el instante en que se encuentran los autos es el mismo para ambos:

$$t_{0A} = t_{0B} = 0 \text{ s} \quad \text{y} \quad t_A = t_B = t$$

- La posición final de ambos autos cuando se encuentran es la misma:

$$x_A = x_B$$



Figura 2.21: Situación de encuentro de ambos móviles en la misma posición.

¿Cómo resolvemos este problema? Partimos de plantear la ecuación de posición en el encuentro e iremos reemplazando:

$$x_A = x_B \implies x_{0A} + v_A \cdot t = x_{0B} + v_B \cdot t$$



Como $t_A = t_B = t$, $v_A = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_B = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $x_{0A} = 35 \text{ km}$ y $x_{0B} = 0$:

$$35 \text{ km} + 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t = 0 + 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$$

Reordenando:

$$35 \text{ km} = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t - 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$$

$$35 \text{ km} = \left(110 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) \cdot t$$

$$35 \text{ km} = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t \Rightarrow t = \frac{35 \text{ km}}{40 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,875 \text{ h}$$

¿Dónde se encuentran? Como $x_A = x_B$:

$$x_A = x_{0A} + v_A \cdot t = 35 \text{ km} + 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,875 \text{ h} = 96,25 \text{ km}$$

$$x_B = x_{0B} + v_B \cdot t = 0 + 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0,875 \text{ h} = 96,25 \text{ km}$$

7. a) Sabiendo que:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

■ Intervalo 0 - 2 s:

$$a_m = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

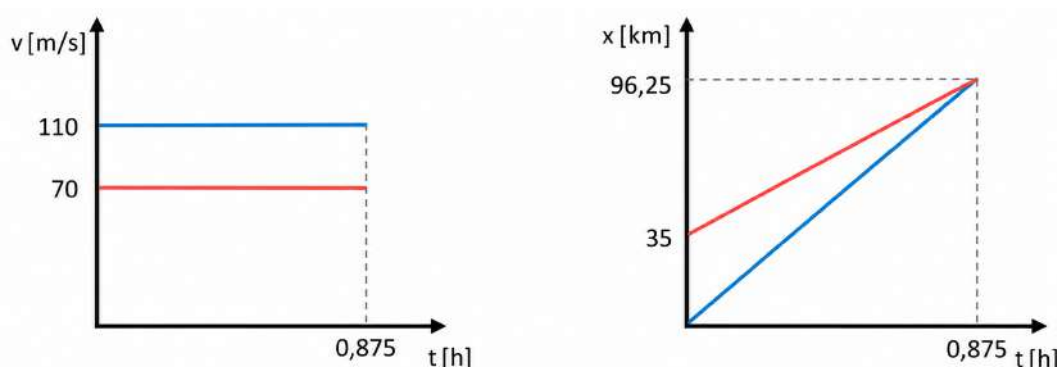


Figura 2.22: Gráficas de velocidad y posición en función del tiempo para el problema de encuentro.

■ Intervalo 2 - 4 s:

$$a_m = \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s} - 2 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

■ Intervalo 4 - 6 s:

$$a_m = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s} - 4 \text{ s}} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 6 – 8 s:

$$a_m = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s} - 6 \text{ s}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 8 – 10 s:

$$a_m = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s} - 8 \text{ s}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 10 – 12 s:

$$a_m = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12 \text{ s} - 10 \text{ s}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 12 – 14 s:

$$a_m = \frac{24 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{14 \text{ s} - 12 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 14 – 16 s:

$$a_m = \frac{24 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{16 \text{ s} - 14 \text{ s}} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

De los resultados se puede concluir que la aceleración media **NO es constante**.

a) Gráfica velocidad–tiempo: (ver Figura 2.23).

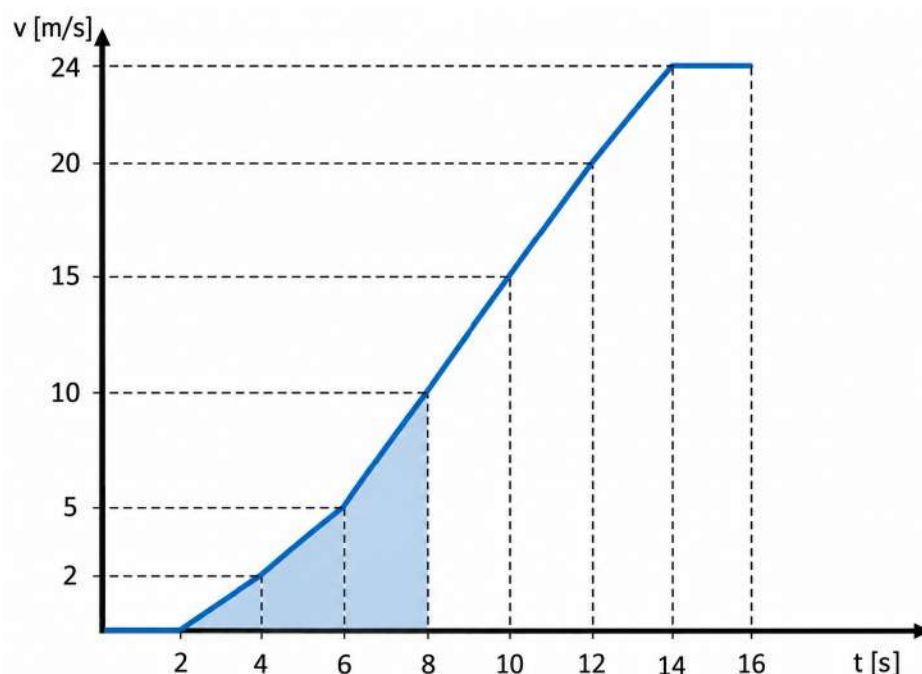


Figura 2.23: Gráfica de velocidad en función del tiempo con áreas sombreadas para el cálculo del desplazamiento.



- c) Una forma sencilla de calcular el desplazamiento, teniendo la gráfica de velocidad en función del tiempo, es mediante el área encerrada por la misma (sombreada en la gráfica):

$$\Delta x = \text{Área sombreada} = \text{Área}_1 + \text{Área}_2 + \text{Área}_3$$

$$\text{Área}_1 = \frac{1}{2} \cdot (4 \text{ s} - 2 \text{ s}) \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \text{ m}$$

$$\text{Área}_2 = \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ s} - 4 \text{ s}) \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + (6 \text{ s} - 4 \text{ s}) \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \text{ m} + 4 \text{ m} = 7 \text{ m}$$

$$\text{Área}_3 = \frac{1}{2} \cdot (8 \text{ s} - 6 \text{ s}) \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + (8 \text{ s} - 6 \text{ s}) \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \text{ m} + 10 \text{ m} = 15 \text{ m}$$

$$\Delta x = 2 \text{ m} + 7 \text{ m} + 15 \text{ m} = 24 \text{ m}$$

- d) La distancia recorrida en este caso coincide con el desplazamiento pues la velocidad siempre es positiva:

$$d = 24 \text{ m}$$

8. Sabiendo que:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

a) $v_i = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, v_f = 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \Delta t = 10 \text{ s}$:

$$a_m = \frac{600 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = 45 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \quad (\text{Movimiento acelerado})$$

b) $v_i = 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, v_f = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \Delta t = 10 \text{ s}$:

$$a_m = \frac{150 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - 600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = -45 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \quad (\text{Movimiento desacelerado})$$

c) $v_i = -600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, v_f = -150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \Delta t = 10 \text{ s}$:

$$a_m = \frac{-150 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - (-600 \frac{\text{cm}}{\text{s}})}{10 \text{ s}} = 45 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \quad (\text{Movimiento desacelerado})$$

d) $v_i = -150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, v_f = -600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \Delta t = 10 \text{ s}$:

$$a_m = \frac{-600 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - (-150 \frac{\text{cm}}{\text{s}})}{10 \text{ s}} = -45 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \quad (\text{Movimiento acelerado})$$

e) $v_i = -600 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, v_f = 150 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \Delta t = 10 \text{ s}$:

$$a_m = \frac{150 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - (-600 \frac{\text{cm}}{\text{s}})}{10 \text{ s}} = 75 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

En este caso primero desacelera hasta que la velocidad es cero y luego acelera en sentido opuesto.

9. **Datos:** $v_0 = 0, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (MRUV).

a) $v(t) = v_0 + a \cdot t = 0 + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 25 \text{ m}$

c) $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

d) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$:

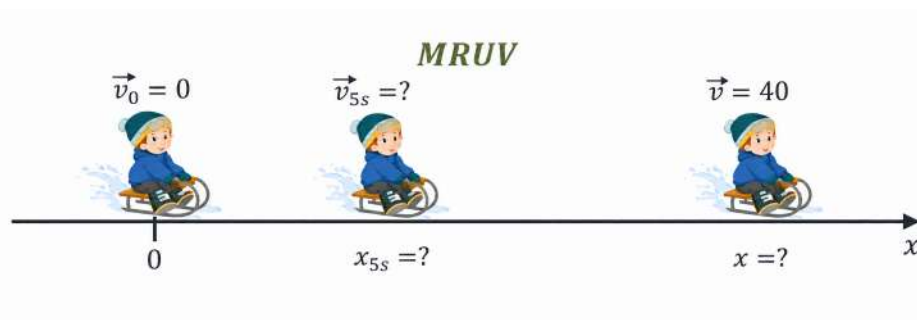


Figura 2.24: Esquema del movimiento del trineo sobre el eje coordenado.

$$(40 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 0 + 2 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \Delta x \implies \Delta x = \frac{(40 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 400 \text{ m}$$

10. a) $a = 0,74 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) $\Delta x = 117,5 \text{ m}$

11. **Datos:** $v_0 = 0$; entre los puntos A y B: $\Delta x = 24 \text{ m}, \Delta t = 2 \text{ s}, v_B = 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) y c) La mayor cantidad de datos los tenemos entre los puntos A y B. Si planteamos las 3 ecuaciones correspondientes al MRUV (entre A y B), siempre tendremos 2 incógnitas. Por lo tanto, vamos a tener que resolver un sistema de ecuaciones:

Ecuaciones a utilizar:

$$v_B = v_A + a \cdot t \implies 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_A + a \cdot 2 \text{ s}$$

$$x_B - x_A = v_A \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \implies 24 \text{ m} = v_A \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} a \cdot (2 \text{ s})^2$$



De estas dos ecuaciones, de una de ellas despejamos una de las incógnitas. Por simplicidad, de la primera ecuación despejo v_A :

$$v_A = 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - a \cdot 2 \text{ s}$$

Ahora reescribimos la segunda ecuación reemplazando v_A por lo despejado anteriormente:

$$24 \text{ m} = (14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - a \cdot 2 \text{ s}) \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} a \cdot (2 \text{ s})^2$$

Resolviendo esta ecuación de una sola incógnita para a :

$$a = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Una vez que obtenemos a , la reemplazamos en la expresión de v_A :

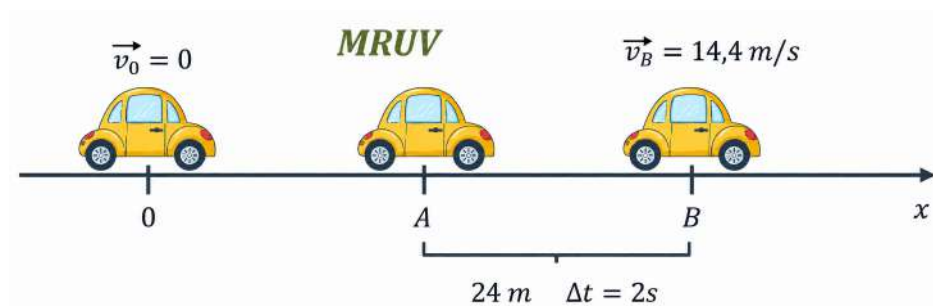


Figura 2.25: Esquema del movimiento del automóvil pasando por los puntos A y B.

$$v_A = 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ s} \Rightarrow v_A = 9,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) Distancia desde el punto de partida hasta el primer punto de referencia:

$$v_A^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow (9,6 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 0 + 2 \cdot 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{(9,6 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 19,2 \text{ m}$$

12. $v_0 = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

13. El movimiento consta de tres etapas:

1ra etapa: MRUV (Acelerado)

- **Datos:** $v_0 = 0$, $a = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$.
- $v = v_0 + a \cdot t = 0 + 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 \text{ s} = 72 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (60 \text{ s})^2 = 2160 \text{ m}$

2da etapa: MRU (Velocidad constante)

- **Datos:** $v = 72 \frac{m}{s}$, $t = 3 \text{ min} = 180 \text{ s}$.
- $x = x_0 + v \cdot t = 0 + 72 \frac{m}{s} \cdot 180 \text{ s} = 12\,960 \text{ m}$ (tomando $x_0 = 0$ para esta etapa).



Figura 2.26: Esquema del movimiento en tres etapas para el Problema 13.

3ra etapa: MRUV (Frenado)

- **Datos:** $v_0 = 72 \frac{m}{s}$, $v = 0$, $a = -2,4 \frac{m}{s^2}$ (*¡con signo negativo porque desacelera!*).
- $v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow 0 = 72 \frac{m}{s} - 2,4 \frac{m}{s^2} \cdot t \Rightarrow t = \frac{72 \frac{m}{s}}{2,4 \frac{m}{s^2}} = 30 \text{ s}$
- $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0 = (72 \frac{m}{s})^2 - 2 \cdot 2,4 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{(72 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot 2,4 \frac{m}{s^2}} = 1080 \text{ m}$

Distancia total recorrida:

Distancia total recorrida = $2160 \text{ m} + 12\,960 \text{ m} + 1080 \text{ m} = 16\,200 \text{ m}$

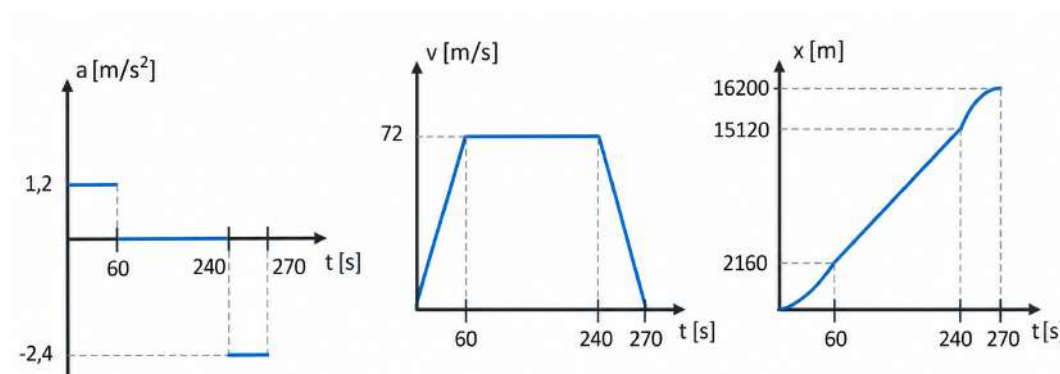


Figura 2.27: Gráficas de aceleración, velocidad y posición en función del tiempo para el Problema 13.

14. A partir de la gráfica $v(t)$ dada en la Figura 2.19:



a) Calculamos la aceleración $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ para cada tramo del intervalo [0 s; 13 s]:

- Intervalo 0 - 3 s: $v = 0 \Rightarrow a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Intervalo 3 - 4 s: $a = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s} - 3 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Intervalo 4 - 5 s: $a = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s} - 4 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Intervalo 5 - 7 s: $v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{cte} \Rightarrow a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Intervalo 7 - 13 s: $a = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{13 \text{ s} - 7 \text{ s}} = \frac{-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} = -\frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx -0,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) La posición $x(t)$ se obtiene acumulando el área bajo la curva en cada tramo (parábolas para tramos con aceleración no nula y rectas para tramos con velocidad constante).

c) El desplazamiento al cabo de 13 s se calcula sumando las áreas de cada tramo:

$$\Delta x_{0-3} = 0 \text{ m}$$

$$\Delta x_{3-4} = \frac{1}{2} \cdot (4 \text{ s} - 3 \text{ s}) \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5 \text{ m}$$

$$\Delta x_{4-5} = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot (5 \text{ s} - 4 \text{ s}) = 2 \text{ m}$$

$$\Delta x_{5-7} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (7 \text{ s} - 5 \text{ s}) = 6 \text{ m}$$

$$\Delta x_{7-13} = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot (13 \text{ s} - 7 \text{ s}) = 12 \text{ m}$$

Por lo tanto, el desplazamiento total a los 13 s resulta:

$$\Delta x = 0 \text{ m} + 0,5 \text{ m} + 2 \text{ m} + 6 \text{ m} + 12 \text{ m} = 20,5 \text{ m}$$