

Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario Universidad Nacional de

Ingreso Carreras Terciarias

Física

Masterización: RECURSOS PEDAGÓGICOS





1.1 INTRODUCCIÓN

La física es una ciencia destinada a explicarnos los comportamientos de ciertos aspectos de la naturaleza. Aquí el sentido de la palabra explicación es bastante restringido, queremos decir simplemente que nos brinda un mecanismo para predecir eventos o bien para justificar las relaciones de causa y efecto de los eventos ocurridos.

Todas las explicaciones que brinda la física se pueden desarrollar por medio del lenguaje oral tal como acostumbramos a brindar explicaciones de los sucesos cotidianos, pero el lenguaje cotidiano carece de la precisión requerida y por otra parte cuando pretendemos ajustarlo adecuadamente a las necesidades de la física se convierte en un recurso muy farragoso.

Es por eso que recurrimos a la ayuda de un lenguaje formal: el lenguaje matemático, como recurso para el desarrollo de la física. Aunque, al principio resulte difícil aplicarlo para el que recién se inicia, a poco de andar se observa que es el medio indispensable para el desarrollo de la física.

Es por eso que en este capítulo introductorio vamos a desarrollar conceptos que nos resultarán indispensables en nuestro estudio inmediato.

1.2 ¿QUÉ ES MEDIR?

El proceso de medición, se puede definir intuitivamente como la acción de **comparar** una característica cuantitativa de un objeto o proceso, con un patrón estándar previamente determinado, a través del uso de un **instrumento de medición** diseñado a tal fin.

Todo proceso de medición define operacionalmente una magnitud física y da como resultado el valor de dicha magnitud. El valor es un número real y representa el número de veces que la unidad está contenida en la cantidad de magnitud medida.



Así, por ejemplo, la longitud de un objeto surge y se define por la comparación de éste con otro elegido arbitrariamente (patrón), cuya longitud se adoptó como unidad. El instrumento posibilita esta operación y el número medida se lee en la denominada **escala**.

En una medición intervienen **cuatro elementos**:

- ✓ Aquello que se quiere medir
- ✓ La unidad de medida
- ✓ El instrumento de medición
- ✓ El observador

1.2.1 UNIDADES

Una medición es el resultado de una operación de observación mediante la cual se compara una magnitud con un patrón de referencia arbitrario.

Desde la antigüedad, se evidenció la necesidad de unificar criterios para realizar mediciones. A través de los años se realizaron muchos intentos para que la comunidad internacional adoptara un único sistema de unidades que pudiera ser utilizado en todos los campos de la ciencia y la



tecnología, en las relaciones comerciales, en la producción, los servicios, la investigación.

El sistema que utilizamos actualmente, el Sistema Internacional de Unidades (SI), tiene su origen en la Revolución Francesa.

Argentina adhiere al SI a través del **Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA)**, establecido por la ley 19.511 de 1972 como único sistema de unidades de uso autorizado en el país. El **Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI)** actúa como referente nacional en el ámbito de las mediciones.

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

El Sistema Internacional está conformado por las unidades de base o fundamentales, las unidades derivadas y los prefijos.

➤ Unidades SI fundamentales

El SI se fundamenta en un conjunto de siete unidades llamadas de base, que por convención se consideran como dimensionalmente independientes.

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	Candela	cd
Cantidad de sustancia	Mol	mol

➤ Unidades SI derivadas

Son las que resultan de productos, cocientes, o productos de potencias de las unidades SI de base, y tienen como único factor numérico el 1, formando un sistema coherente de unidades, como el m^2 , m^3 , etc. Algunas unidades derivadas tienen nombres especiales y símbolos particulares. Ello permite simplificar la expresión de otras unidades derivadas. Ejemplos:



Magnitud	Unidad	Símbolo	Equivale a
Superficie	metro cuadrado	m ²	m.m
Volumen	metro cúbico	m ³	m.m.m
Frecuencia	Hertz	Hz	1/s
Ángulo plano	Radián	rad	m/m
Fuerza	Newton	N	kg.m/s ²
Energía	Joule	J	kg.m ² /s ²
Potencia	Watt	W	kg.m ² /s ³

➤ **Prefijos: Múltiplos y submúltiplos**

Una de las ventajas del SI es que se trata de un sistema decimal, es decir, de base 10. Esto implica que es posible expresar el valor de una medida multiplicándola o dividiéndola, por potencias de 10, dando origen a los llamados múltiplos y submúltiplos de dicha unidad. Estos múltiplos y submúltiplos se indican anteponiendo un prefijo a la unidad correspondiente, ya sea de base o derivada.

Por ejemplo: 0,001 s es 1 ms (milisegundo), 6 400 000 m es 6,4 Mm (megametro) y 720 000 Hz es 720 kHz (kiloHertz).

Existen normas que rigen la forma de escribir las unidades, múltiplos y submúltiplos:

1. Los símbolos de las unidades que proceden del nombre de científicos se escribe con mayúscula su primer letra. Por ejemplo: Volt (V) en homenaje al físico italiano Volta, Ampere (A) en recuerdo de Ampère, o Hertz (Hz) en honor a Heinrich Hertz.
2. Los múltiplos mayores o iguales a mega tienen su símbolo en mayúscula. Ejemplo: terametro (Tm), megasegundo (Ms) o gigahertz (GHz)
3. El nombre de la unidad, sus múltiplos y submúltiplos que no están contemplados en las reglas 1 y 2 se escriben siempre con minúscula. Ejemplo: metro(m), kilómetro (km) o centímetro (cm)
4. Los símbolos no se ponen en plural.
5. No se pone punto después del símbolo.

En la siguiente tabla se presentan una lista reducida de algunos múltiplos y submúltiplos de unidades del SI y sus prefijos correspondientes.



Prefijo	Símbolo	Factor de Conversión
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
deca	da	10^1
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Ejemplos:

$$1\text{mm} = 1 \cdot 10^{-3}\text{m}$$

$$50\text{hg} = 50 \cdot 10^2\text{g}$$

$$1\text{dm}^2 = 1\text{dm} \cdot 1\text{dm} = 1 \cdot 10^{-1}\text{m} \cdot 1 \cdot 10^{-1}\text{m}$$

1.2.2 NOTACIÓN CIENTÍFICA

En las ciencias hay veces en que se debe tratar con números muy grandes o muy pequeños. Consideremos que el radio de un átomo de hidrógeno es igual a 0,000 000 005 cm, o que una célula tiene cerca de 2 000 000 000 000 de átomos. Es muy difícil manejar tantos dígitos e incluso compararlos porque estos valores están muy distantes de los valores que nuestros sentidos están acostumbrados a percibir, en consecuencia, están fuera de nuestro cuadro de referencias.

Por otra parte, el enunciado escrito u oral de tales números es bastante incómodo. Para facilitar su comunicación, lo usual es presentar estos números empleando potencias de 10, como veremos enseguida.

¿Cómo se expresan las cantidades con notación de potencias de 10?

Consideremos un número cualquiera. Por ejemplo, el número 451. Este número se puede expresar de la siguiente manera:

$$451\text{ g} = 4,51 \cdot 100\text{ g} = 4,51 \cdot 10^2\text{ g}$$



Observemos que el número 451 se expresó como producto de 4,51 por una potencia de 10 (en este caso, 10^2).

Consideremos el caso de un número menor que uno; por ejemplo, 0,000658 se puede escribir como:

$$0,000658 \text{ A} = 6,58/10000 \text{ A} = 6,58/10^4 \text{ A} = 6,58 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

Se ha expresado el número 0,000658 como producto de 6,58 por una potencia de 10 (en este caso 10^{-4}).

A partir de este ejemplo podemos afirmar que cualquier número puede expresarse como el producto de un número, mayor o igual que 1 y menor que 10, y una potencia de 10.

Una regla práctica para obtener la potencia de 10 adecuada es la siguiente:

1. Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal para colocarlo a la izquierda; este número nos proporciona el exponente positivo de 10. Así pues:

$$\underbrace{450\ 000}_{5 \text{ lugares}} \text{ s} = 4,5 \cdot 10^5 \text{ s}$$

5 lugares

2. Se cuenta el número de lugares que debe correrse el punto decimal hacia la derecha hasta llegar al primer dígito distinto de cero; este número nos proporciona el exponente negativo de 10. Así:

$$\underbrace{0,0000253}_{5 \text{ lugares}} \text{ kg} = 2,53 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

5 lugares

1.2.3 CONVERSIÓN DE UNIDADES

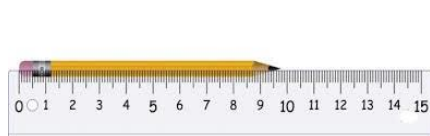
La conversión de unidades es la transformación del valor numérico de una magnitud física, expresado en una cierta unidad de medida, en otro valor numérico equivalente y expresado en otra unidad de medida de la misma naturaleza.

Este proceso suele realizarse con el uso de los factores de conversión y/o las tablas de conversión de unidades



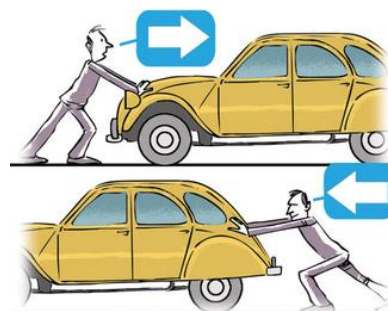
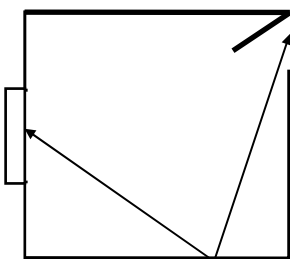
1.3 VECTORES

Cuando necesitamos identificar el valor de una longitud nos basta con indicar el número que expresa el valor medido y la unidad con que se midió. En el caso de un lápiz, por ejemplo, decimos que mide 10 cm donde el número 10 es la cantidad de veces que la unidad elegida, el cm, está contenida en el lápiz. Lo mismo ocurre si lo que indicamos es el volumen de un recipiente, por ejemplo, una botella o un vaso.



Un detalle importante es que si, por ejemplo, tenemos varios recipientes con un líquido y sabemos el contenido de cada uno de los recipientes para saber el contenido total lo único que necesitamos hacer es sumar el contenido de cada uno de ellos. Esta suma se puede hacer sin preocuparnos por el orden en que los sumamos. El resultado es independiente del orden; en matemática diremos que esa suma es conmutativa.

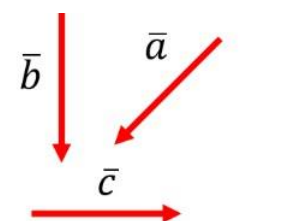
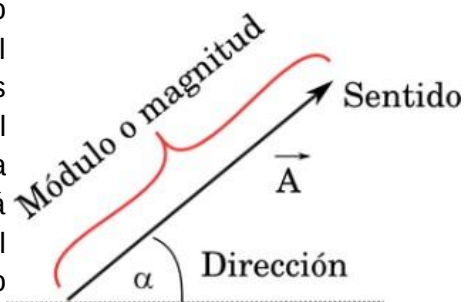
Hay en física otro tipo de situaciones que no son tan simples de describir; una de ellas es, por ejemplo, el movimiento de un cuerpo. Si desplazamos un cuerpo por una habitación no resulta lo mismo que lo llevemos de una esquina a la ventana que de la misma esquina a la puerta, aunque la distancia sea la misma el resultado final no es el mismo. Otro ejemplo es el empujar un auto, el movimiento del mismo no es el mismo si la fuerza la realizamos de la parte delantera o trasera.



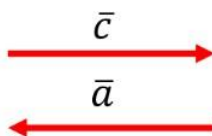
Cuando tenemos una situación en que no basta la longitud recorrida, sino que además debemos indicar su sentido y dirección es necesario otro tipo de ente matemático que nos facilite la descripción del fenómeno. Este nuevo ente matemático que vamos a describir es el **vector**.



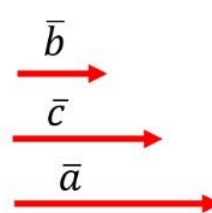
Inicialmente identificaremos un vector con un segmento orientado. La longitud del segmento será proporcional al valor de la magnitud que representa y lo llamamos módulo; en el ejemplo anterior el desplazamiento del cuerpo en la habitación. La dirección del segmento indica la dirección en que el fenómeno considerado está actuando; en el ejemplo, la dirección del movimiento del cuerpo en la habitación. Con la flecha indicamos el sentido del vector; en el ejemplo, indicamos el sentido de desplazamiento del cuerpo de la esquina a la ventana y no a la inversa.



Vectores de igual módulo pero distintas direcciones.



Vectores con igual módulo y dirección, pero sentidos contrarios.

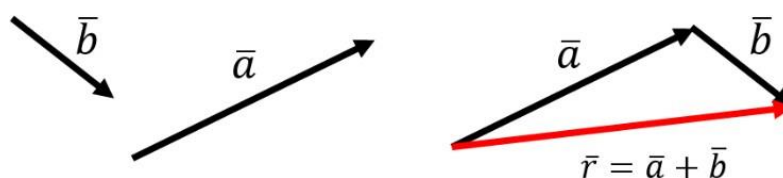


Vectores de igual dirección y sentido pero distinto módulo.

1.3.1 OPERACIONES GEOMÉTRICAS CON VECTORES

Al igual que los números, los vectores pueden operarse entre sí, a través de la suma, la resta, la multiplicación por un escalar, producto punto y producto cruz. Estos dos últimos son propios de los vectores.

Suma geométrica de vectores Al sumar dos vectores se obtiene otro vector (vector suma o resultante). Para obtener el vector suma es necesario recurrir a lo que se conoce como “regla del paralelogramo”. Esto es, se construye un paralelogramo que tenga los vectores como lados y se traza la diagonal del mismo para obtener el vector suma.

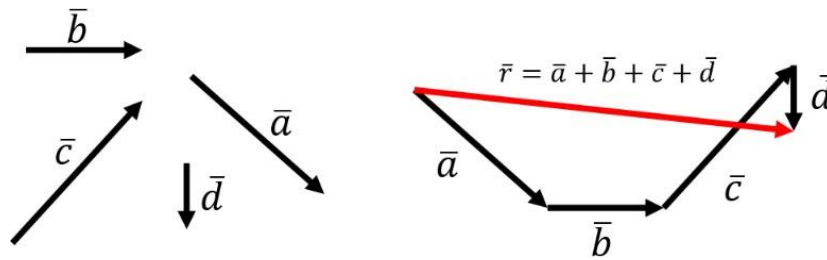


Si queremos sumar $\vec{a} + \vec{b}$, se dibuja uno a continuación del otro, trasladándolo. El vector resultante es el que va desde el punto inicial del primer vector hasta el final del último.

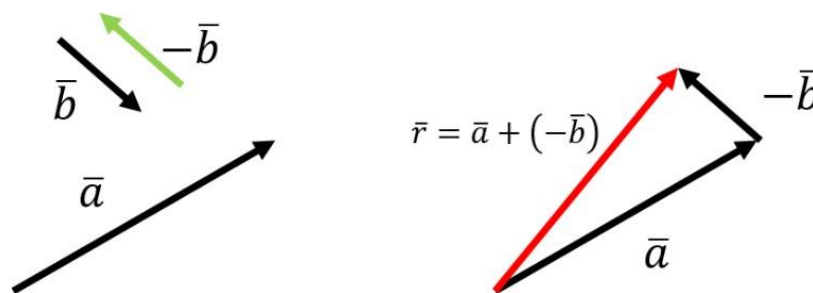
Cabe destacar que la suma es conmutativa. es decir:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

Cuando se quiere sumar más de un vector, se procede de la misma forma anterior, pero ahora se colocan uno a continuación del otro hasta el último. Luego la recta que une el inicio del primer vector con el término del último es el vector resultante.



Resta geométrica de vectores Para la resta se procede de la misma forma que la suma, pero el vector que resta se debe dibujar con sentido contrario, o sea el signo negativo cambia el sentido del vector. Luego el vector resultante es el que va desde el punto inicial del primer vector, hasta el final del vector que se le cambió el sentido. Cabe mencionar que la resta no es conmutativa

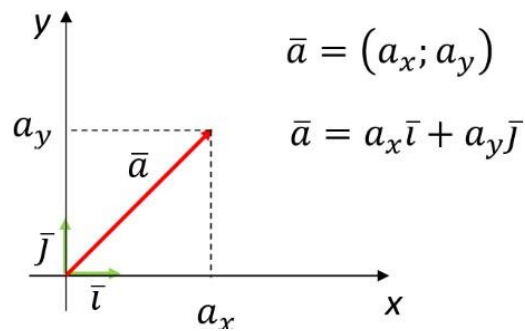


Producto de un vector por un escalar. Si lo que necesitamos realizar es el producto de un vector por un escalar el vector resultante es un nuevo vector que tiene igual dirección que el vector multiplicado y módulo igual al producto del módulo del vector original por el escalar. El sentido del nuevo vector será igual al vector original si el escalar es de signo positivo y contrario si el escalar es de signo negativo.



1.3.2 REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA DE UN VECTOR

Componentes rectangulares Se basa en escribir un vector como suma de otros dos los cuales son ortogonales (perpendiculares entre sí), para ello se apoya en el plano cartesiano, los vectores que se suman estén en alguno de los ejes. Las componentes rectangulares se llaman así porque se fundamenta en la construcción de un rectángulo.



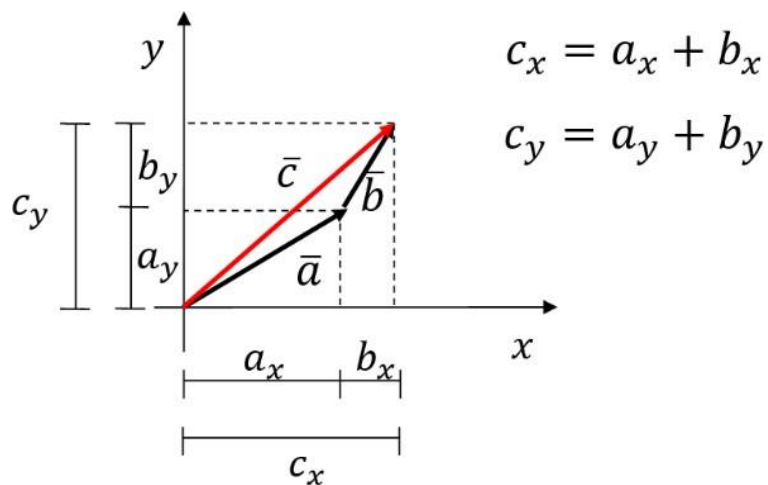
Los vectores $\bar{i}$ y $\bar{j}$ son versores: vectores de módulo 1. Nos permiten escribir el vector como suma de dos vectores en las direcciones x e y respectivamente.

Suma y resta de vectores en forma algebraica

Si tenemos dos vectores dados por sus componentes y deseamos sumarlos, lo que hacemos es realizar la operación componente a componente.

Es decir, tenemos $\bar{a} = (a_x; a_y)$ y $\bar{b} = (b_x; b_y)$ la suma de los dos vectores $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$ se obtiene así:

$$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b} = (a_x; a_y) + (b_x; b_y) = (a_x + b_x; a_y + b_y) = (c_x; c_y)$$





Producto de un vector por un escalar

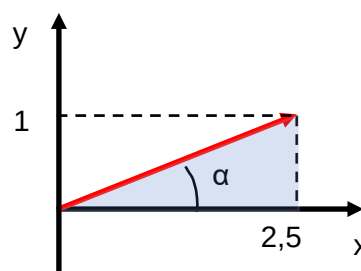
En el caso que desarrollemos el producto de un vector por un escalar por componentes las componentes del vector resultante serán iguales al producto de cada una de las componentes del vector original por el escalar.

$$\bar{c} = k\bar{a} \quad \Rightarrow \quad c_x = ka_x \quad c_y = ka_y$$

EJEMPLOS:

- 1) Dibuje el vector $\bar{a} = (2,5; 1)$ e indique su módulo y ángulo que forma con el eje x.

El primer paso siempre para resolver un ejercicio es realizar un dibujo del mismo, en este caso, dibujamos el vector.



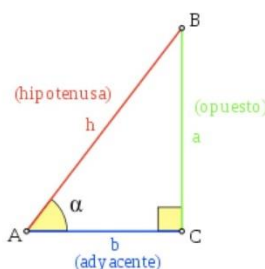
Para resolver la mayoría de los ejercicios de vectores vamos a tener que utilizar algunas propiedades de los triángulos rectángulos:



$$\sin \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{a}{b}$$



Teorema de Pitágoras:

$$H^2 = CA^2 + CO^2$$

H: hipotenusa
CA: cateto adyacente
CO: cateto opuesto

Utilizando el triángulo rectángulo sombreado:

$$|\bar{a}| = \sqrt{(2,5)^2 + (1)^2} = 2,7$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{1}{2,5}\right) = 21,8^\circ$$

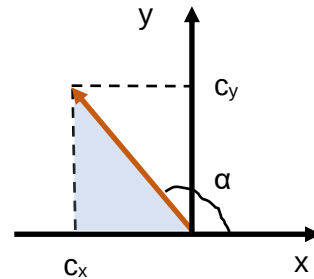


- 2) Dado el vector $|\vec{c}| = 2$; $\alpha = 130^\circ$ indique las componentes del mismo.

Utilizando el triángulo rectángulo sombreado:

$$c_x = -|\vec{c}| \cos 50^\circ = -2 \cdot \cos 50^\circ = -1,3$$

$$c_y = |\vec{c}| \sin 50^\circ = 2 \cdot \sin 50^\circ = 1,5$$



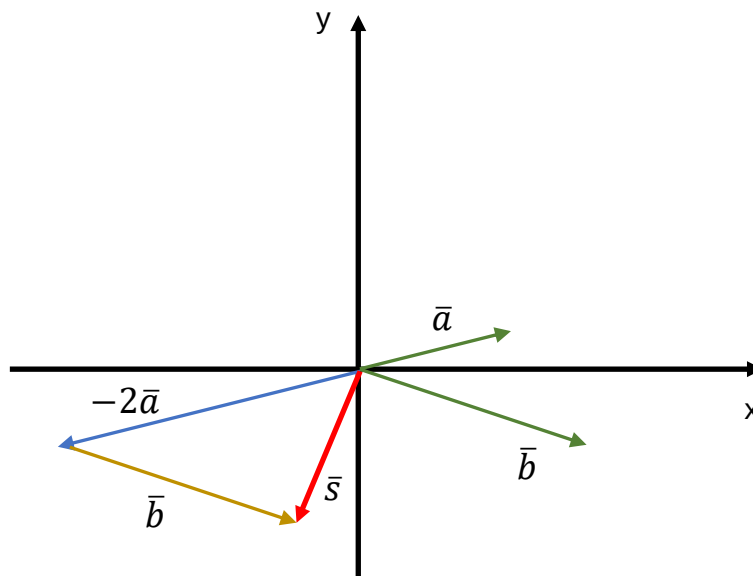
- 3) Dados los vectores:

$$\vec{a} = (2; 0,5) \quad y \quad \vec{b} = (3; -1)$$

Halla el vector

$$\vec{s} = -2\vec{a} + \vec{b}$$

- a) En forma gráfica
b) En forma analítica



$$\vec{s} = -2\vec{a} + \vec{b} = -2(2; 0,5) + (3; -1) = ((-2) \cdot 2; (-2) \cdot 0,5) + (3; -1)$$

$$\vec{s} = (-4; -1) + (3; -1) = (-4 + 3; -1 - 1) \Rightarrow \vec{s} = (-1; -2)$$

**1.4 PROBLEMAS**

1) Convertir las siguientes unidades

- a) 1,5 m a cm
- b) 164 dm a hm
- c) 1468,35 mm a dam
- d) 1 km^2 a m^2
- e) 1 m^3 a dm^3
- f) 2 horas a minutos
- g) 30 minutos a segundo
- h) 0,8 horas a segundos
- i) 40 minutos a horas
- j) 10 segundos a horas

2) Exprese los siguientes valores en unidades fundamentales del SI

- a) 273 mm
- b) 0,13 km
- c) 23 min
- d) 0,25 hm
- e) 47 g
- f) 620 dag

3) Expresar en notación científica

- a) 133,7 s
- b) 0,12 kg
- c) 3 500 000 m
- d) 0,000 000 097 s

4) Dibuje los vectores. Obtenga el módulo del vector y el ángulo que forma con el eje x positivo.

- a) $\vec{a} = (-5; 5)$
- b) $\vec{c} = (-3; -4)$
- c) $\vec{c} = (7; -0,5)$



5) Dibuje los vectores e indique las componentes.

a) $|\vec{a}| = 3$; $\alpha = 45^\circ$

b) $|\vec{b}| = 4$; $\alpha = -50^\circ$

c) $|\vec{d}| = 1$; $\alpha = 180^\circ$

6) Dados los vectores

$$\vec{a} = (-4; -2)$$

$$\vec{b} = (6; -3)$$

$$\vec{c} = (0,5; 0,5)$$

Halle el vector: $\vec{v} = \vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 2\vec{c}$

a) En forma gráfica

b) En forma analítica

c) Obtenga el módulo de $\vec{v}$ y el ángulo que forma con el eje x



1.5 RESPUESTAS

1)

- a) 150 cm
- b) 0,164 hm
- c) 0,146835 dam
- d) 1000000 m²
- e) 1000 dm³
- f) 120 minutos
- g) 1800 segundos
- h) 2880 segundos
- i) 0,67 horas
- j) $2,78 \cdot 10^{-3} = 0,00278$ horas

2)

- a) 0,273 m
- b) 130 m
- c) 1380 s
- d) 25 m
- e) 0,047 kg
- f) 6,2 kg

3)

- a) $1,337 \cdot 10^2$ s
- b) $1,2 \cdot 10^{-1}$ kg
- c) $3,5 \cdot 10^6$ m
- d) $9,7 \cdot 10^{-7}$ s

4)

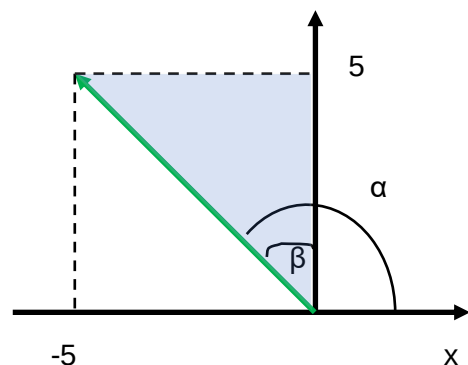
- a) $\vec{a} = (-5; 5)$

Utilizando el triángulo rectángulo sombreado:

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-5)^2 + (5)^2} = 7,1$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{5}{5}\right) = 45^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$





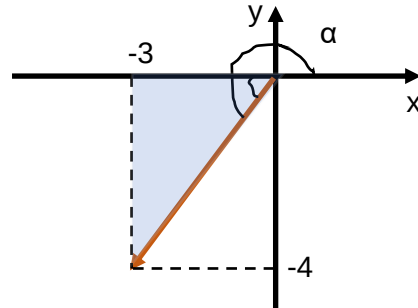
b) $\vec{c} = (-3; -4)$

Utilizando el triángulo rectángulo sombreado:

$$|\vec{c}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{4}{3}\right) = 53,1^\circ$$

$$\alpha = 53,1^\circ + 180^\circ = 233,1^\circ$$



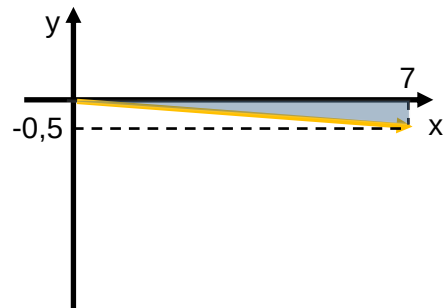
c) $\vec{c} = (7; -0,5)$

Utilizando el triángulo rectángulo sombreado:

$$|\vec{c}| = \sqrt{(7)^2 + (-0,5)^2} = 7,02$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{0,5}{7}\right) = 4,1^\circ$$

$$\alpha = -4,1^\circ = 360^\circ - 4,1^\circ = 355,9^\circ$$



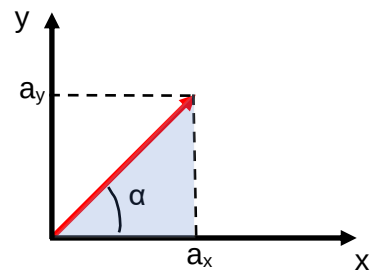
5)

a) $|\vec{a}| = 3 ; \alpha = 45^\circ$

Utilizando el triángulo rectángulo sombreado:

$$a_x = |\vec{a}| \cos 45^\circ = 3 \cdot \cos 45^\circ = 2,1$$

$$a_y = |\vec{a}| \sin 45^\circ = 3 \cdot \sin 45^\circ = 2,1$$

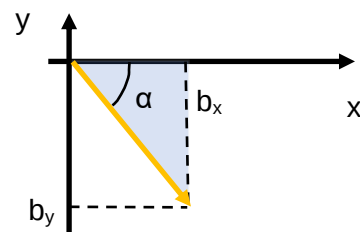


b) $|\vec{b}| = 4 ; \alpha = -50^\circ$

Utilizando el triángulo rectángulo sombreado:

$$b_x = |\vec{b}| \cos 50^\circ = 4 \cdot \cos 50^\circ = 2,6$$

$$b_y = -|\vec{b}| \sin 50^\circ = -4 \cdot \sin 50^\circ = -3,1$$



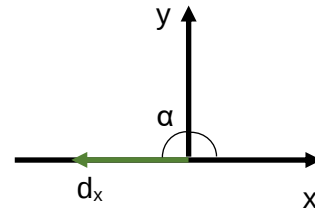


c) $|\vec{d}| = 1$; $\alpha = 180^\circ$

Del dibujo:

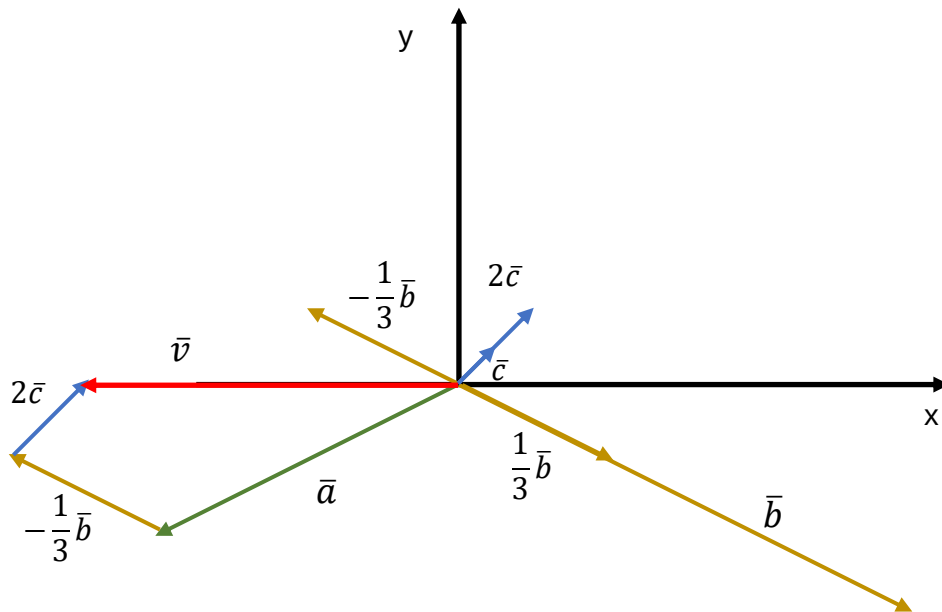
$$d_x = -1$$

$$d_y = 0$$



6)

a)



b)

$$\vec{v} = \vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + 2\vec{c} = (-4; -2) - \frac{1}{3}(6; -3) + 2(0,5; 0,5)$$

$$\vec{v} = (-4; -2) + (-2; 1) + (1; 1) = (-4 - 2 + 1; -2 + 1 + 1) \Rightarrow \vec{v} = (-5; 0)$$

c) Del dibujo se observa que: $|\vec{v}| = 5$ $\alpha = 180^\circ$



2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo estudiaremos los métodos para describir el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta sus causas, esta parte de la física se llama Cinemática.

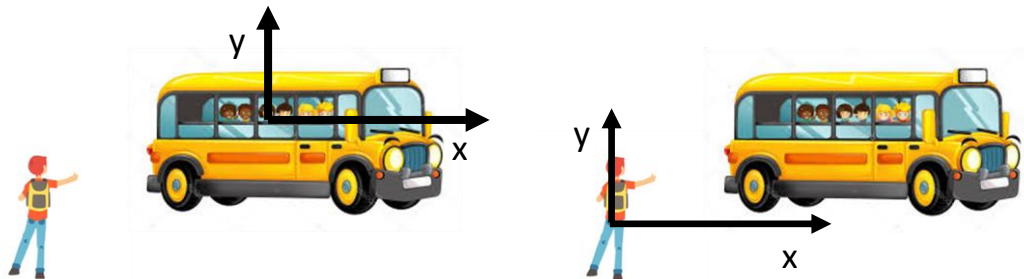
Para ello, primero debemos tener algunos conceptos bien definidos.

2.1.1 MOVIMIENTO Y SISTEMA DE REFERENCIA

Entenderemos por movimiento el cambio de posición de un cuerpo en el tiempo, pero para decidir si un cuerpo se mueve o no, necesitamos un punto de referencia a partir del que podamos decir que efectivamente se mueve. Este punto de partida se llama sistema de referencia.

Cuando viajamos en un colectivo podemos decir que el asiento del conductor está en reposo respecto del asiento en que estamos nosotros, pero un chico que se encuentra al costado de la carretera se mueve hacia atrás respecto de nuestro asiento. Para el chico el colectivo se mueve según su sistema de referencia. La condición de reposo o de movimiento tiene que ver con el punto de vista que adoptemos. En física el "punto de vista" adoptado lo llamaremos sistema de referencia.

Este sistema de referencia tiene tanta importancia que no podemos hablar de reposo o de movimiento si no hablamos simultáneamente del sistema de referencia a partir del cual se puede establecer esa condición de reposo o de movimiento.



2.1.2 PARTÍCULA

Otro aspecto que debemos considerar es el concepto de cuerpo puntual o de partícula. Cuando consideramos el desplazamiento de un automóvil desde Rosario a Santa Fe, frente a la distancia entre ambas ciudades el tamaño del auto hace posible considerarlo puntual.

Otra situación se plantea cuando analizamos el movimiento de un cuerpo extenso, por ejemplo un tren que se desplaza por una vía sólo dos metros, acá de ninguna manera podemos considerar al tren como un cuerpo puntual, sin embargo sí podemos analizar el desplazamiento de un punto del tren ya que en un caso así el movimiento de un punto, por ejemplo el paragolpes, es igual al movimiento de todo el tren.

Si consideramos el movimiento de un fósforo al encenderlo no podemos considerarlo puntual, ya que si bien el cuerpo es relativamente pequeño, el movimiento que realizamos con él es de dos o tres veces su tamaño, y por otra parte cada una de las partes del fósforo tiene un movimiento

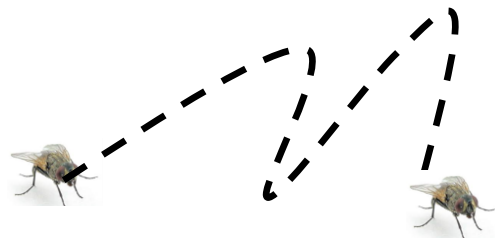


diferente, de manera que un punto arbitrario del mismo no tiene el mismo movimiento que todos los demás puntos del fósforo.

2.1.3 TRAYECTORIA

Para describir el movimiento necesitamos establecer, además del sistema de referencia, por donde pasa el móvil; al lugar geométrico constituido por todos los puntos por donde pasa el móvil se llama **trayectoria**.

A veces la trayectoria es fácil de describir, por ejemplo el movimiento de un tren tiene una trayectoria determinada por la vía. Los automóviles de carrera tienen la trayectoria determinada por el trazado del autódromo. Pero la trayectoria del movimiento de una mosca volando puede ser muy complicada. Lo mismo ocurre con la trayectoria de una pelota mientras se juega un partido de fútbol.



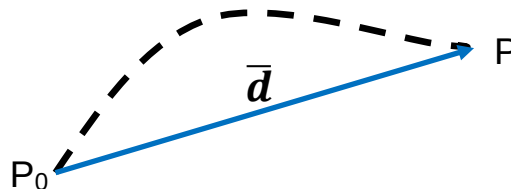
2.1.4 DISTANCIA RECORRIDA

La distancia recorrida se refiere a la longitud de la trayectoria que recorre la partícula en un determinado intervalo de tiempo durante su movimiento. Es una magnitud escalar.

2.1.5 DESPLAZAMIENTO

Cuando una partícula se mueve desde la posición P_0 hasta la posición P , su desplazamiento está dado por el vector **con origen en la posición inicial de la partícula P_0 y extremo en la posición final de la misma P** .

El desplazamiento es un vector.



Un ejemplo sencillo para comprender la diferencia entre distancia recorrida y desplazamiento sería considerar a una persona que sale de su casa y da una vuelta alrededor de la manzana volviendo a la puerta de su casa. Naturalmente, el recorrido es igual a la suma de la longitud de los cuatro lados pero el desplazamiento es cero.



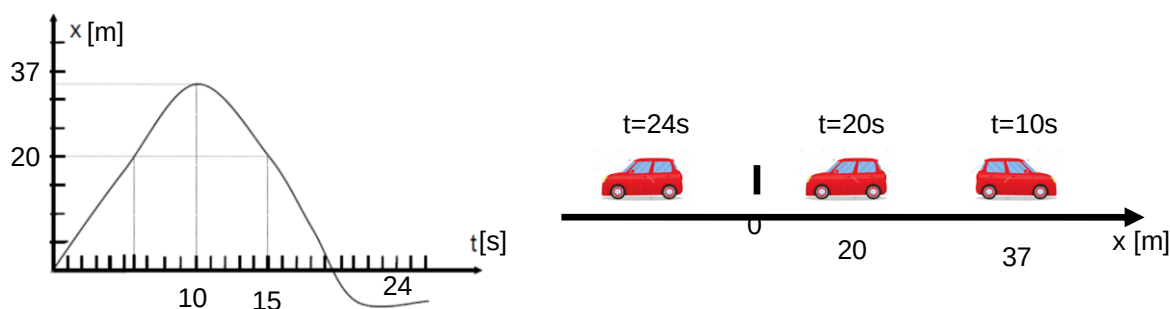
2.2 MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN. VELOCIDAD MEDIA E INSTANTÁNEA.

Vamos a iniciar nuestro estudio considerando el movimiento de una partícula a lo largo de un camino que por simplicidad consideraremos rectilíneo. Como ya dijimos para definir el movimiento debemos establecer un sistema de referencia, para hacerlo elegimos un punto arbitrario O sobre el camino al que asociaremos un eje de coordenadas Ox tal que nos permita determinar en cada instante la posición de la partícula y a partir de allí estudiaremos el movimiento de la partícula.

Describir el movimiento de una partícula es establecer una relación entre cada uno de los puntos de la trayectoria y el instante de tiempo en que por él pasa el móvil. Estableceremos una relación entre los x_i y los t_i correspondientes, lo que matemáticamente indicaremos con:

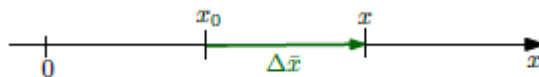
$$x = x(t)$$

El dibujo siguiente es la representación gráfica de una ley como la indicada donde se ha indicado el tiempo en abscisas y la trayectoria rectilínea que asociamos al eje x en ordenadas.



La gráfica $x - t$ muestra la descripción de un movimiento rectilíneo a lo largo del eje x. Los valores de x pueden subir y bajar y lo único que eso indica es que el móvil avanza y retrocede. Es importante considerar la posibilidad que x tome valores negativos lo que indica que el móvil se encuentra en un punto del semieje contrario al que nosotros consideramos positivo. El hecho que a partir del tiempo $t = 10s$ los valores de x comiencen a descender indica que el móvil se detuvo y comenzó a retroceder, o lo que es lo mismo a desplazarse en el sentido negativo de del eje x.

En particular, en un movimiento rectilíneo, el desplazamiento se representa de la siguiente manera:



en donde el módulo del vector desplazamiento esta dado por:

$$|\overline{\Delta x}| = |\bar{x} - \bar{x}_0|$$



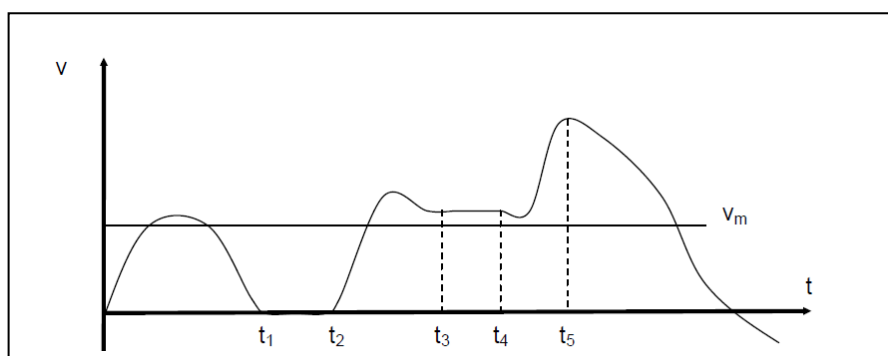
2.2.1 VELOCIDAD MEDIA

Definimos **velocidad media** en un intervalo de tiempo al cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo que demoró el móvil en recorrer ese desplazamiento. Matemáticamente:

$$\overline{v_m} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

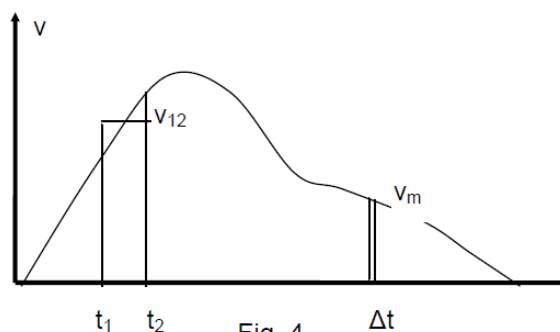
Este concepto nos es familiar, cuando se habla de un automóvil que realizó el recorrido de Rosario a Buenos Aires, en tres horas, si sabemos que la distancia entre ambas ciudades es de 300 km, acostumbramos a decir que el promedio de velocidad es de 100 "kilómetros por hora" y nadie supone que el automóvil realizó todo el recorrido a esa velocidad, establecimos una velocidad media. Todos entendemos además que durante el viaje pudo haber intervalos de tiempo en que el automóvil estuvo detenido y otros en que su velocidad fue mucho mayor.

Vamos a suponer un experimento, que un acompañante del conductor se tome el trabajo de anotar las velocidades que indica el velocímetro en cada instante durante todo el recorrido y luego graficamos las velocidades en función del tiempo. Lo que resulta es una gráfica como la que se indica más abajo.



La recta horizontal representa el valor de la velocidad media, y la curva con sus picos y valles la velocidad que en cada instante tiene el móvil. Entre los puntos t_1 y t_2 la velocidad indica cero y representa un intervalo de tiempo en que el móvil se encuentra detenido. En el instante t_5 el móvil alcanzó la máxima velocidad de todo el trayecto y en el intervalo t_3 - t_4 mantuvo una velocidad constante.

Esto significa que el concepto de velocidad media es útil para determinadas situaciones pero no es absolutamente completo ya que no nos indica la velocidad que tuvo el móvil en cada instante del viaje. Del gráfico anterior vemos que si en lugar de tomar un intervalo de tiempo completo tomamos intervalos de tiempo menores la velocidad media de cada uno de los intervalos se aproximará más a la velocidad que tiene el móvil en cada instante. Eso es lo que se indica en el gráfico siguiente:



A partir de esto está claro que cuanto menor sea el intervalo de tiempo considerado más se aproximará la velocidad media a la velocidad instantánea del móvil.

2.2.3 VELOCIDAD INSTANTÁNEA

Definimos **velocidad instantánea** al límite del cociente $\Delta x / \Delta t$ cuando Δt tiende a cero; si bien esto es una operación matemática que en este curso es necesario realizar lo que queremos indicar es que cuando los intervalos de tiempo se hacen lo suficientemente pequeños ese cociente nos brinda la velocidad que tiene el móvil en cada instante.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{\Delta x}}{\Delta t}$$

En esta expresión con *lim* indicamos la realización de la operación de elegir intervalos de tiempo tan pequeños como sea necesario para poder ajustarnos al movimiento del móvil.

Es necesario destacar que hasta ahora hablamos de velocidad sin considerar su naturaleza (escalar o vectorial), de su definición vemos que se trata de un vector. De manera que la magnitud física velocidad nos informa algo más que la rapidez con que se mueve un cuerpo; también nos informa la dirección y el sentido en que se mueve. Es por eso que el velocímetro del automóvil nos informa solamente del módulo de la velocidad, nosotros debemos agregar, según el sistema de coordenadas elegido, la dirección y el sentido en que se mueve.

Para indicar solamente el módulo de la velocidad algunos autores hablan de celeridad o de *rapidez*. En este curso, toda vez que nos refiramos a una velocidad de ahora en más es necesario establecer su carácter vectorial, y por lo tanto indicar el sistema de coordenadas en que está referido y sus componentes en él. En cambio cuando hablamos de celeridad o de rapidez nos referiremos al módulo del vector.

En lo sucesivo cuando simplemente hablemos de velocidad se asumirá que nos estamos refiriendo a velocidad instantánea. Las unidades con que se miden las velocidades tanto medias como instantáneas surgen de la misma operación que las define, en ambos casos se trata de un cociente entre una longitud (el desplazamiento) y un intervalo de tiempo.

$$[v_m] = \frac{[\Delta x]}{[\Delta t]}$$



Con esta expresión indicamos las relaciones entre la velocidad, las longitudes y el tiempo.

Según sean las unidades elegidas para longitud y tiempo resultaran las unidades de velocidad. Las unidades más comunes para longitud son cm, m, km y las de tiempo hora, minuto, segundo, de ellas surgen unidades de velocidad m/s, km/h, m/min, etc.

Es importante destacar que una velocidad **no** es un cociente entre una longitud y un tiempo, una velocidad es una relación entre una longitud y un tiempo. Cuando hablamos de 120 km/h no estamos pensando en que tenga algún sentido físico dividir un kilómetro por una hora lo que estamos diciendo con la expresión km/h es que el móvil recorrer 120 km en una hora.

EJEMPLO

1) Usain Bolt ha corrido los 100 metros en 9,58 segundos. ¿A qué velocidad debería ir a su lado un auto para acompañarlo en su recorrido? Exprese el resultado en m/s y en km/h (pasaje de unidad).

Recuerde que velocidad se define como $\frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}}$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{9,58 \text{ s}} = 10,4 \text{ m/s}$$

$$10,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 37,5 \text{ km/h}$$



2) Si un auto se mueve desde Rosario a Buenos Aires, recorriendo 300km en 3 horas. Indica cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son Verdaderas, justificando la elección.

Su velocidad media es:

a) +300km/h

b) +100km/h, hacia Rosario

c) -100km/h, hacia Buenos Aires

d) su rapidez es 100km/h, sus componentes dependen del sistema de referencia elegido

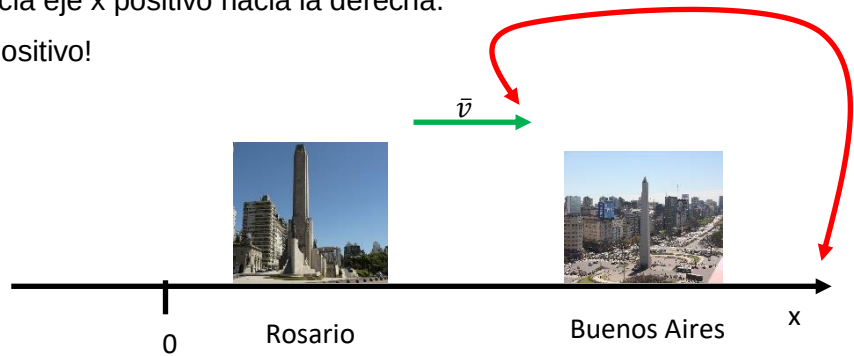
De los datos podemos afirmar el valor del módulo del vector velocidad, o sea la rapidez:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{300 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 100 \text{ km/h}$$

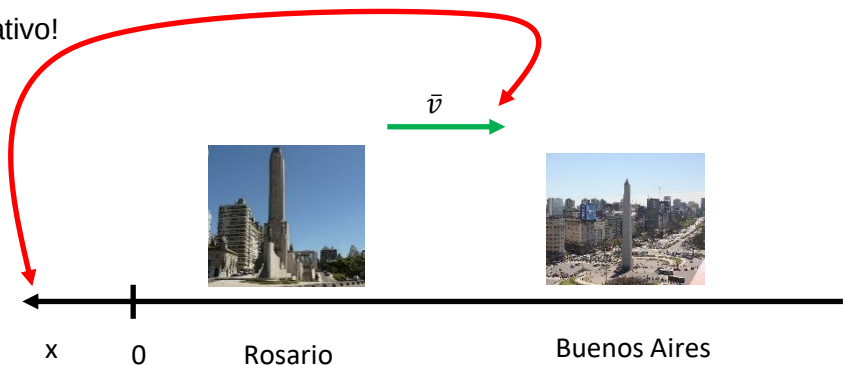
¿Qué determina el signo de la velocidad? O sea, si es ¿positiva o negativa? EL SISTEMA DE REFERENCIA ADOPTADO!!!!



- Sistema de referencia eje x positivo hacia la derecha.
¡Vector velocidad positivo!

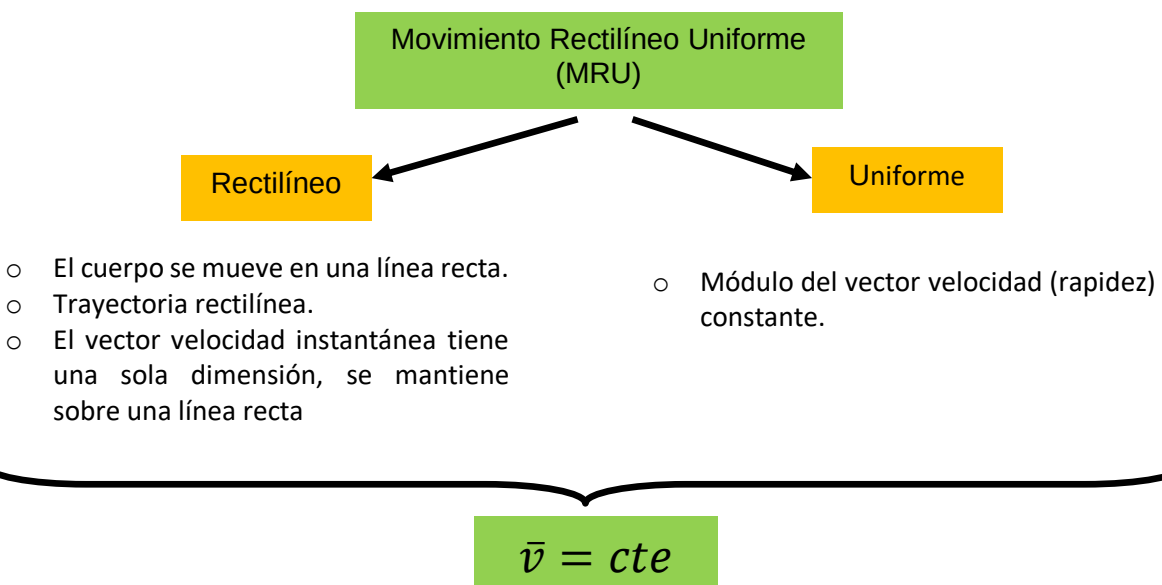


- Sistema de referencia eje x positivo hacia la izquierda.
¡Vector velocidad negativo!



2.3 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

La vida cotidiana nos presenta muchos casos de movimientos, algunos realmente muy difíciles de estudiar. Es por eso que en este curso restringiremos nuestro estudio a unos pocos casos sencillos. Uno de ellos es el movimiento rectilíneo.





Dado que la velocidad es constante, en todo momento esta será igual a la velocidad media, por lo tanto:

$$\overline{v_m} = \bar{v} = \frac{\overline{\Delta x}}{\Delta t}$$

Como este *movimiento es una sola dimensión*, podemos escribir:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Si despejamos x de la ecuación anterior nos queda:

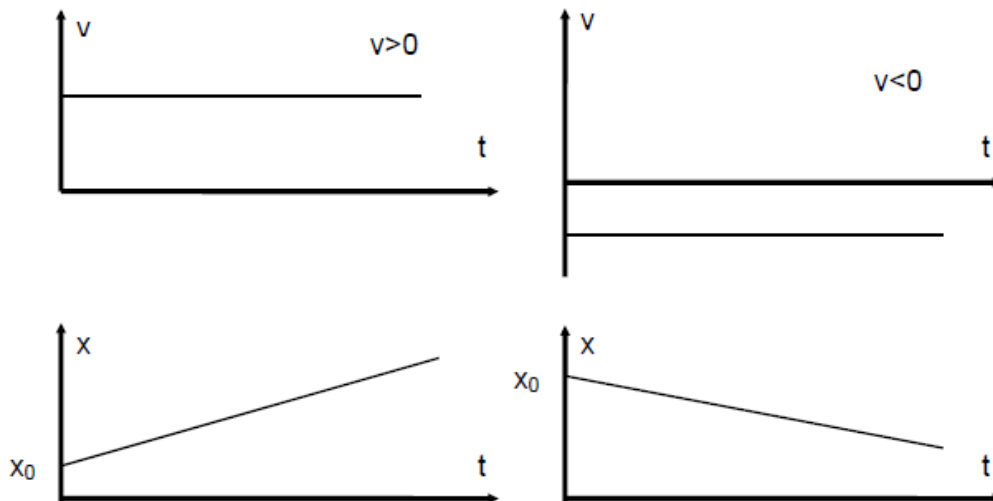
$$x = x_0 + v(t - t_0)$$

O bien:

$$x = x_0 + v\Delta t$$

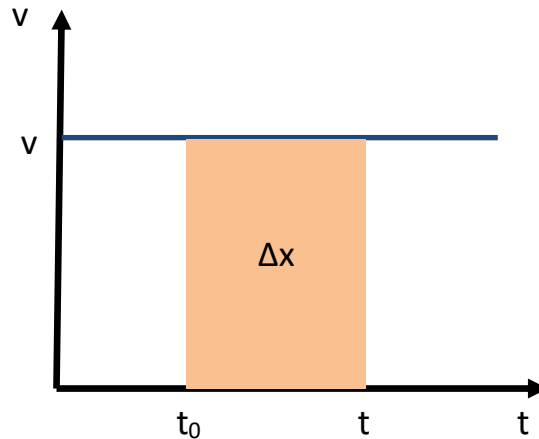
La ecuación anterior se conoce como "Ley de movimiento del MRU" y nos permite determinar la posición de una partícula en cada instante de tiempo, conocida su velocidad y su posición inicial.

2.3.1 GRÁFICAS





Otro aspecto destacable es que en el gráfico velocidad-tiempo el área bajo la recta representa (en una cierta escala) el valor del desplazamiento tal como se muestra en el gráfico siguiente.

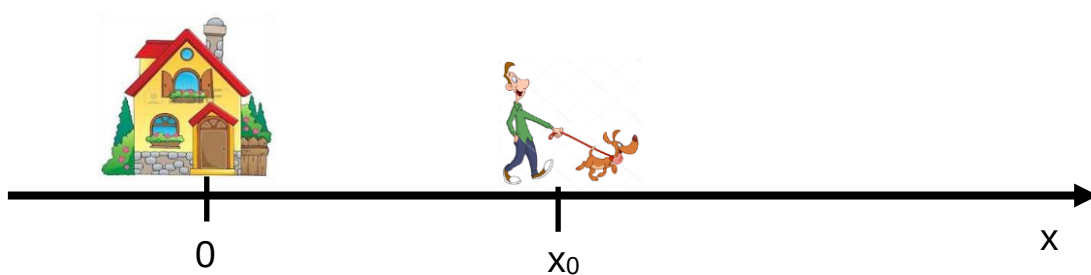


$$\Delta x = (x - x_0) = v \cdot \Delta t$$

Ejemplo:

Pedro sale de su casa y camina con una velocidad constante de 5 m/s. Juan observa desde su ventana dicha situación y quiere determinar la posición de Pedro al cabo de 5 segundos. Suponiendo que Juan comienza su estudio cuando Pedro está a 20 metros de su casa, determine la posición a cada segundo.

El paso más importante para resolver un problema es entender el enunciado y hacer un dibujo del mismo.



- Datos del problema según nuestro sistema de referencia:
 - $v = 5 \text{ m/s}$ constante
 - $x_0 = 20 \text{ m}$
 - $t_0 = 0 \text{ s}$ (suponemos nuestro estudio arranca con el reloj en cero)
- ¿Qué necesito averiguar?
 - La posición de Pedro, o sea x , para los tiempos $t = 1, 2, 3, 4$ y 5 segundos.



Ahora sí estamos en condiciones de plantear las ecuaciones para contestarle a Juan donde se encuentra Pedro.

Planteamos la ecuación de MRU para cada instante de tiempo.

$$t = 1 \text{ s} \quad x = 20\text{m} + \frac{5\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\text{s} = 25\text{m}$$

$$t = 2 \text{ s} \quad x = 20\text{m} + \frac{5\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s} = 30\text{m}$$

$$t = 3 \text{ s} \quad x = 20\text{m} + \frac{5\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\text{s} = 35\text{m}$$

$$t = 4 \text{ s} \quad x = 20\text{m} + \frac{5\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\text{s} = 40\text{m}$$

$$t = 5 \text{ s} \quad x = 20\text{m} + \frac{5\text{m}}{\text{s}} \cdot 5\text{s} = 45\text{m}$$

2.4 ACELERACIÓN MEDIA E INSTANTÁNEA

Vamos a considerar el caso de un móvil que desplazándose en una trayectoria rectilínea modifica su velocidad a través del tiempo. Con el mismo criterio con que antes definimos velocidad media ahora definiremos aceleración media al cociente entre las diferencias de velocidades dividido el intervalo de tiempo considerado. Como las velocidades son entes vectoriales la diferencia de velocidades también lo es por lo que la aceleración media también es un ente vectorial.

$$\overline{a_m} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

Como antes en el caso de la velocidad media, la aceleración media nos da cierta información acerca de la variación de la velocidad pero esta información no es completa; igual que antes cuanto menor sea el intervalo de tiempo mejor será la información que tendremos respecto a la variación de velocidad. Es por eso que definimos aceleración instantánea como:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

En lo sucesivo cuando hablemos de aceleración simplemente, se asumirá que nos referimos a la aceleración instantánea. Las unidades con que medimos la aceleración surgen, como en el caso de la velocidad de su propia definición:

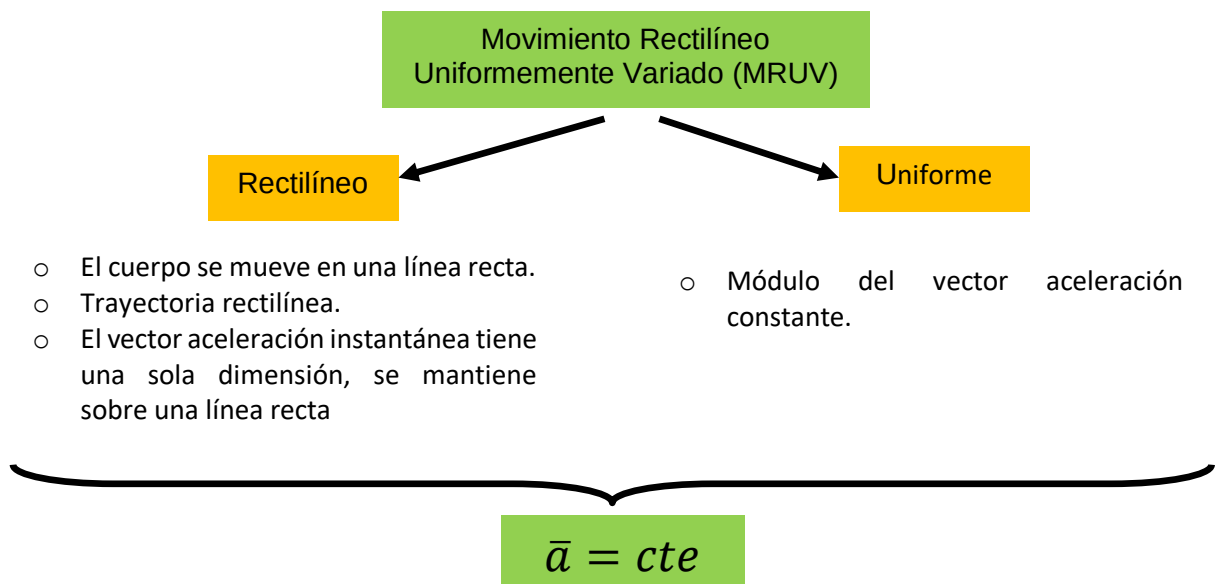
$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{[\Delta x]}{[\Delta t]^2}$$



De manera que una aceleración estará dada en unidades de m/s^2 o en km/h^2 , etc. Dada una aceleración de, por ejemplo 15 m/s^2 , no se trata de 15 metros dividido un segundo al cuadrado, expresión carente de todo sentido físico, sino de una forma abreviada de escribir que se trata de un móvil que modifica su velocidad de manera tal que la incrementa en 15 m/s en un segundo de tiempo.

2.5 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Ahora estamos en condiciones de definir el *movimiento rectilíneo uniformemente variado* que es el que corresponde a un móvil que se desplaza sobre una trayectoria rectilínea con aceleración instantánea constante.



Dado que la aceleración es constante, en todo momento esta será igual a la aceleración media, por lo tanto:

$$\bar{a} = \overline{a_m} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t - t_0}$$

Como vamos a estudiar el **movimiento en una sola dimensión** podemos plantear:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v = v_0 + a\Delta t$$

Se puede probar, además, que se cumple:

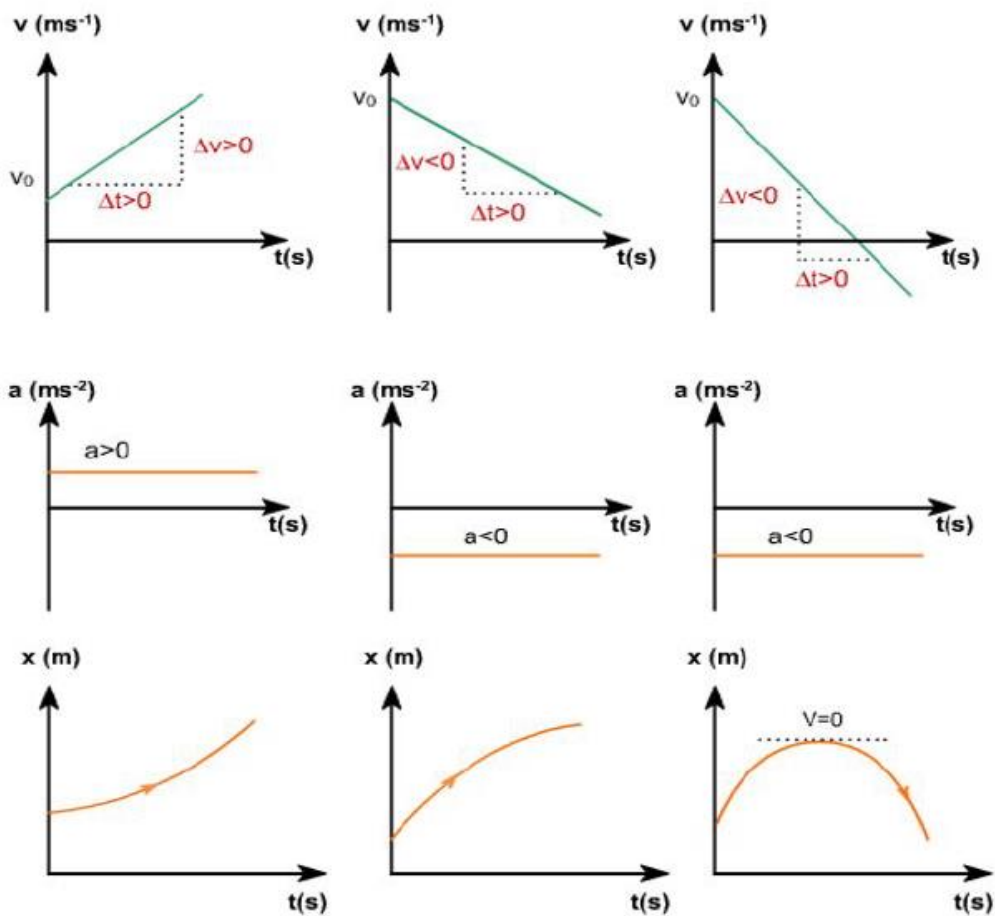


$$x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

2.5.1 GRÁFICAS

Las gráficas de para este tipo de movimiento serían las siguientes:





2.6 CONSIDERACIONES SOBRE LAS CUESTIONES Y LOS PROBLEMAS

Todos los libros de texto de física incluyen problemas a final de capítulo pero son pocos los que explican qué objeto tiene hacer esos problemas (Cf. Mecánica Elemental de Juan G. Roederer, Ed. Eudeba, Buenos Aires, varias ediciones) por lo que consideramos conveniente incluir un comentario sobre los mismos.

Nuestra tarea es el aprendizaje de la física, pero no cualquier aprendizaje. Lo que se pretende lograr es un aprendizaje significativo, que es algo distinto de recitar expresiones aprendidas de memoria. Este aprendizaje debe hacerse a través de un trabajo de reflexión sobre los conceptos que se han desarrollado hasta ahora. En general es difícil realizar esta tarea de reflexión para la comprensión de los conceptos sin caer en la repetición memorística si no se dispone de ejemplos a través de los cuales aplicar estos conceptos y ver cómo operan los mismos en el marco de la teoría que se debe aprender.

La simple aplicación de una fórmula para resolver el problema carece de sentido porque no implica la incorporación de los conceptos y de su forma de operar con ellos que es lo que debe quedar al finalizar el aprendizaje de la materia.

Con la idea que resolver los problemas tiene un sentido de aprendizaje y no son un fin en sí mismo daremos algunas indicaciones para que la solución de los problemas sea sistemática y se destine el tiempo a la reflexión sobre los conceptos aplicados en los mismos.

Los pasos a seguir para resolver cualquier problema son los siguientes:

- a. Establecer el sistema de referencia y el sistema de coordenadas asociado al mismo.
- b. Escribir los datos del problema en términos del sistema de coordenadas elegido
- c. Si fuera necesario, homogeneizar las unidades.
- d. Plantear las ecuaciones del sistema.
- e. Resolver las ecuaciones.

Como se ve de lo anterior, resolver los problemas de física no implica gran dificultad, es por eso que saber resolver los problemas **no** significa saber física y por el contrario, saber física deja como residuo saber resolver problemas y además saber qué, se está haciendo.

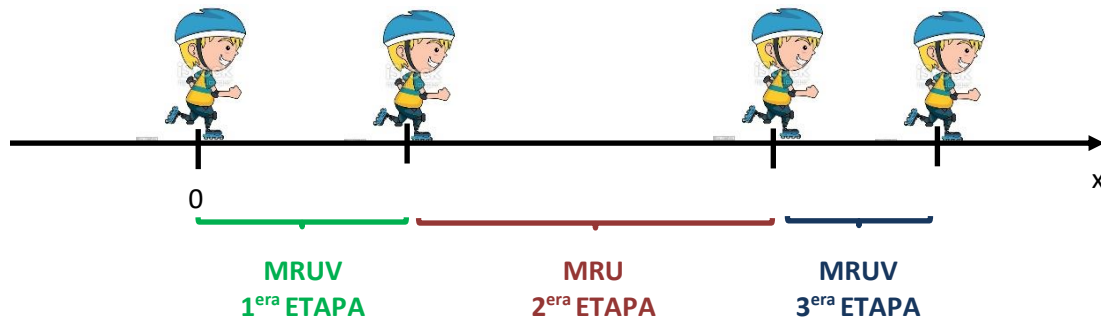


EJEMPLO

En el año 2001, la empresa Segway Inc. produjo el primer dispositivo de transporte personal con autobalanceo (balanceo asistido por computadora): el Segway PT. En julio de 2018, la empresa lanzó los Segway Drift W1, unos patines con un diseño innovador dotados de autobalanceo.



Un niño parte del reposo con sus Segway Drift W1 y acelera hasta alcanzar una velocidad de 6 km/h en 5 s. A continuación, se mueve a velocidad constante durante 20 s. Finalmente desacelera a razón de $0,56 \text{ m/s}^2$ hasta detenerse. Determine la distancia total recorrida por el niño y las gráficas $a \text{ vs } t$; $v \text{ vs } t$ y $x \text{ vs } t$.



En este problema tenemos una combinación de movimientos: con aceleración – velocidad constante y con aceleración negativa (desacelerado). Por lo tanto, estos problemas debemos resolverlos por etapas.

- 1^{era} etapa: MRUV

Datos:

$$\left[\begin{array}{l} v_0 = 0 \\ v = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 1,67 \text{ m/s} \\ \Delta t = 5\text{s} \end{array} \right.$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{\frac{1,67\text{m}}{\text{s}} - 0}{5\text{s}} = 0,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0,33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5\text{s})^2 = 4,17\text{m}$$



- 2^{da} etapa: MRU

Datos:

$$v = 1,67 \frac{m}{s} \quad t = 20s$$

$$x = x_0 + v \cdot t = 0 + 1,67 \frac{m}{s} \cdot 20s = 33,4 m \quad \text{Consideré } x_0=0, \text{ o sea que en la segunda etapa recorre } 33,4m.$$

- 3^{era} etapa: MRUV

Datos:

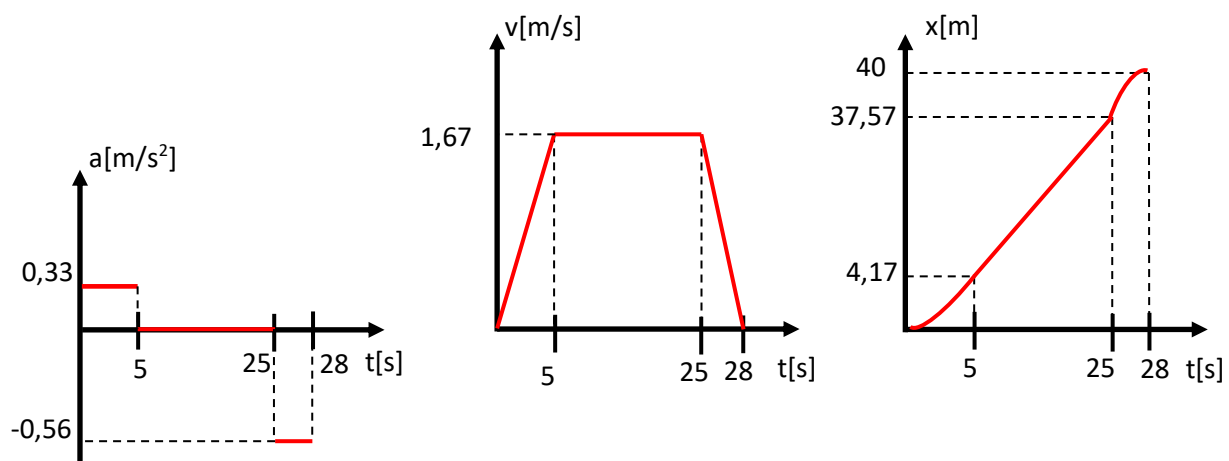
$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = 1,67 \frac{m}{s} \\ v = 0 \\ a = -0,56 \frac{m}{s^2} \end{array} \right. \quad \text{¡No olvidarse el signo! ¡Desacelera!}$$

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 1,67 \frac{m}{s} - 0,56 \frac{m}{s^2} \cdot t \rightarrow t = \frac{1,67 \frac{m}{s}}{0,56 \frac{m}{s^2}} \cong 3s$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \rightarrow 0 = \left(1,67 \frac{m}{s}\right)^2 - 2 \cdot 0,56 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{\left(1,67 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0,56 \frac{m}{s^2}} = 2,5 m$$

Por lo tanto, la distancia total recorrida será:

$$\text{Distancia total recorrida} = 4,17 m + 33,4 m + 2,5 m = 40 m$$



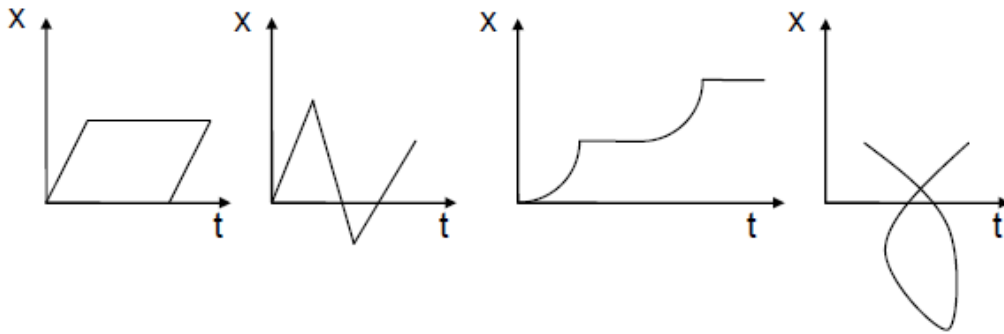


2.7 CUESTIONES

1. ¿Cómo puede precisarse la posición de una partícula?
2. ¿Cuándo se puede considerar un cuerpo como partícula?
3. Dé, ejemplos de cuerpos de gran tamaño en situaciones tales que puedan ser considerados partículas y para el mismo cuerpo situaciones en que no puedan ser considerados partículas.
4. Al estudiar el movimiento de traslación de un carrito de un metro de longitud que se desplaza a lo largo de una vía recta de 5 m de longitud ¿tomaría al carrito como un cuerpo puntual?
5. Si la velocidad media de una partícula en un determinado intervalo de tiempo es cero, ¿la partícula está en reposo en dicho intervalo?
6. ¿Qué mide el velocímetro de un coche, la velocidad, la celeridad o el módulo la velocidad?
7. ¿Es el desplazamiento de una partícula, en un intervalo de tiempo dado, igual al producto de la velocidad media por el intervalo temporal, incluso si la velocidad no es constante?
8. ¿En qué condiciones la velocidad media es igual a la instantánea?
9. En un intervalo de tiempo determinado la velocidad de una partícula varía desde v_1 hasta v_2 por lo tanto ¿podemos decir que su velocidad media en dicho intervalo es $(v_1 + v_2)/2$? Explique.
10. Cuando la aceleración es constante, la velocidad media de una partícula es igual a la semisuma de las velocidades inicial y final. ¿Sigue siendo cierto si la aceleración **no** es constante? Explique
11. ¿Qué significa decir que la velocidad de un móvil que se mueve con movimiento rectilíneo es de 7m/s? ¿y -7 m/s?
12. Para cada una de las siguientes proposiciones consigne si son verdaderas o falsas. Si son verdaderas explíquelas, si son falsas de un contraejemplo.
 - a. La ecuación $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ es válida para todo movimiento en una dimensión.
 - b. Si la aceleración es cero la partícula no puede estar moviéndose.
 - c. El desplazamiento es igual al área encerrada bajo la curva velocidad-tiempo.
 - d. La velocidad media es siempre igual al valor medio de las velocidades inicial y final.
13. Una gran velocidad, ¿implica una gran aceleración?



14. En el movimiento rectilíneo ¿coincide siempre el módulo del vector desplazamiento con la distancia recorrida?
15. ¿En el movimiento rectilíneo puede cambiar de sentido la velocidad de un cuerpo si su aceleración es constante?
16. Un auto recorre la mitad de la distancia de un viaje con una velocidad media v_1 y la otra mitad con la velocidad media v_2 . ¿Cuál es la velocidad media de todo el viaje? ¿Qué ocurre si recorre un cuarto de la distancia con velocidad media v_1 y el resto con velocidad media v_2 ? Determine la velocidad media total. (En ambos casos la trayectoria es rectilínea.)
17. ¿Cuáles de las siguientes gráficas pueden representar la posición de un móvil en función del tiempo?





2.8 PROBLEMAS

- 1) Un móvil recorre 2000 km en 3 hs. Determina la velocidad media y exprésalo en m/s y cm/s.
- 2) ¿Cuál es el desplazamiento de un coche que viaja a una velocidad media de 40 km/h durante 22 minutos?
- 3) ¿El desplazamiento de un móvil debe coincidir, necesariamente, con la distancia recorrida? Si no es así, cita un ejemplo.
- 4) ¿A qué, distancia se encuentra la estrella "61 del Cisne" si su luz necesita once años para llegar a la Tierra? (distancia descubierta por Bessel en 1838) [$c = 3 \times 10^8$ m/s].
- 5) Completa el siguiente cuadro:

	v [m/s]	v [km/h]
Caracacol	10^{-3}	
Hombre caminando	1,1	
Galgo corriendo	16	
Automóvil	250	
Sonido en el aire	331,5	
Avión subsónico		90023
Avión supersónico		$1,078 \cdot 10^3$
Tierra alrededor del Sol		$2,4 \cdot 10^3$
Cohete espacial		$2 \cdot 10^4$

- 6) En un tramo recto de una carretera un automóvil lleva una velocidad uniforme de 70 km/h. Detrás de éste y a 35 km de distancia otro automóvil avanza con velocidad uniforme de 110 km/h. ¿En cuánto tiempo alcanzar éste al primero, suponiendo que mantienen el movimiento rectilíneo y uniforme? Además de encontrar el resultado analítico realiza los gráficos espacio tiempo de ambos móviles.
- 7) Un móvil parte del reposo en el tiempo cero y se determinaron las velocidades en distintos instantes a partir del mismo resultando:



t [s]	0	2	4	6	8	10	12	14	16
v [m/s]	0	0	2	5	10	15	20	24	24

- a- Calcula la aceleración media para cada intervalo de 2 s ¿Es constante la aceleración?
- b- Construye una gráfica velocidad-tiempo.
- c- ¿Cuál es el desplazamiento en los primeros 8 s?
- d- ¿Cuál es la distancia total recorrida durante ese tiempo?

8) Cada uno de los siguientes cambios de velocidad tiene lugar en un intervalo de tiempo de 10 s y mientras la partícula en movimiento se desplaza sobre un eje horizontal. Determina la dirección, el sentido y el valor de la aceleración media para cada intervalo, recuerda que se trata de un vector. Determina para cada caso si el movimiento es acelerado o decelerado.

- a- Al comienzo del intervalo se mueve hacia la derecha con velocidad inicial $v_i = 150$ cm/s y al final del mismo la velocidad es $v_f = 600$ cm/s hacia la derecha.
- b- Al comienzo se mueve hacia la derecha con $v_i = 600$ cm/s y al final hacia la derecha con $v_f = 150$ cm/s.
- c- Al comienzo hacia la izquierda con $v_i = 600$ cm/s y al final hacia la izquierda con $v_f = 150$ cm/s.
- d- Al comienzo hacia la izquierda con $v_i = 150$ cm/s y al final hacia la izquierda con $v_f = 600$ cm/s.
- e- Al comienzo hacia la izquierda con $v_i = 600$ cm/s y al final hacia la derecha con $v_f = 150$ cm/s.

9) Un trineo parte del reposo con una aceleración constante de 2 m/s^2 .

- a- ¿Qué, velocidad lleva al cabo de 5 s?
- b- ¿Qué distancia recorre en 5 s?
- c- ¿Cuál es la velocidad media durante los primeros 5 s?
- d- ¿Qué distancia ha recorrido hasta el instante en que su velocidad alcanza los 40 m/s?

10) Un automóvil acelera de 15 km/h a 50 km/h en 13 s. Calcula:

- a- La aceleración en m/s^2 .
- b- La distancia recorrida en ese tiempo, suponiendo que la aceleración sea constante.

11) Un automóvil que parte del reposo, posee una aceleración constante y tarda 2 s en pasar por dos puntos distantes entre sí 24 m. Su velocidad cuando pasa por el segundo punto es de 14.4 m/s. Calcula:

- a- La velocidad media en el intervalo de 2 s.



b- La velocidad cuando pasó por el primer punto.

c- Su aceleración

d- La distancia desde el punto de partida hasta el primer punto de referencia.

12) Un coche que inicialmente se mueve con velocidad constante se acelera a razón de 1 m/s^2 durante 12 s. Si en ese tiempo recorre 190 m ¿cuál era la velocidad del coche cuándo comenzó a acelerar?

13) Un tren parte del reposo de una estación y acelera durante un 1 minuto con una aceleración constante de 1.2 m/s^2 . Después marcha a velocidad constante durante 3 minutos y luego, desacelera a razón de 2.4 m/s^2 hasta que se detiene en la estación siguiente.

a- Calcula la distancia total recorrida por el tren.

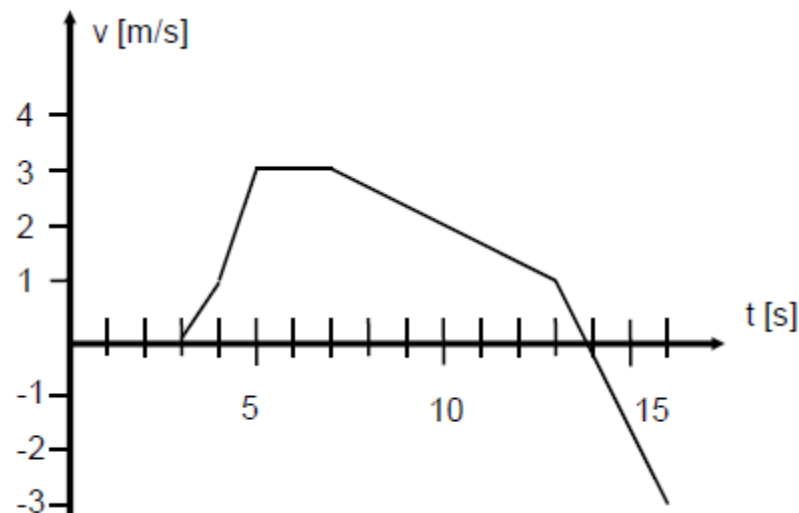
b- Grafica $a=f(t)$, $v=f(t)$ y $x=f(t)$.

14) Dada la gráfica de la figura, que corresponde a la velocidad en función del tiempo:

a- Representa gráficamente la aceleración en función del tiempo en el intervalo 0 s; 13 s.

b- Representa $x=f(t)$ en el mismo intervalo.

c- Determina cuál es el desplazamiento al cabo de 13 s.





2.9 RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS

1) Datos: $\Delta x = 2000 \text{ km}$ $\Delta t = 3 \text{ hs}$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2000 \text{ km}}{3 \text{ hs}} = 666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 185,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 666,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{100000 \text{ cm}}{1\text{km}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 18518,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

2) $\Delta x = 14666,67 \text{ m}$

3) NO. Hombre que da la vuelta a la manzana. Desplazamiento nulo, distancia recorrida aprox. 400m.

4) $\Delta x = 1,04 \cdot 10^{17} \text{ m}$

5)

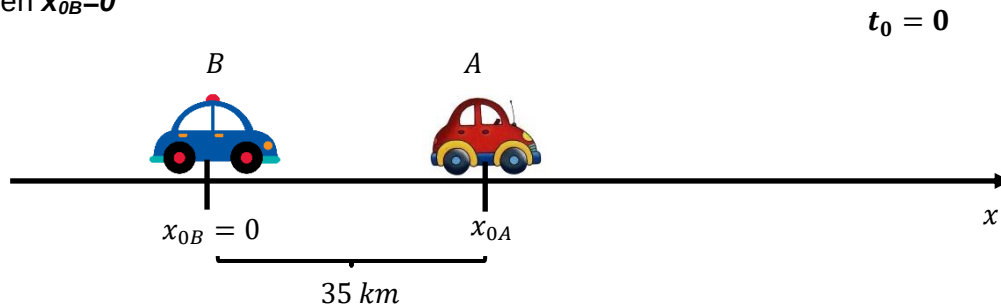
	v [m/s]	v [km/h]
Caracacol	10^{-3}	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Hombre caminando	1,1	3,96
Galgo corriendo	16	57,6
Automóvil	250	900
Sonido en el aire	331,5	1193,4
Avión subsónico	25006,38	90023
Avión supersónico	299,44	$1,078 \cdot 10^3$
Tierra alrededor del Sol	666,67	$2,4 \cdot 10^3$
Cohete espacial	5555,55	$2 \cdot 10^4$



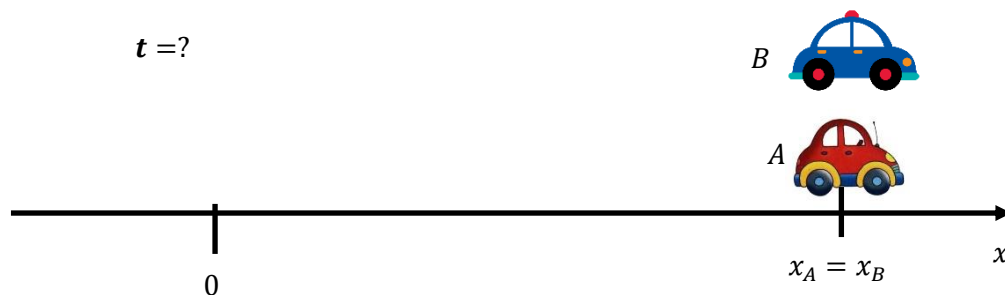
6)

Este problema es **MUY IMPORTANTE** y representa lo que se denomina “**problema de encuentro**”.

Si dibujamos la situación de los dos autos A y B en un instante inicial $t_0=0$ (por simplicidad consideramos el instante inicial 0 s) y colocamos el auto B, tal que su posición inicial coincida con el origen $x_{0B}=0$



A medida que pasa el tiempo, ambos autos se desplazan en la misma dirección y sentido. Ahora bien, como el auto B tiene mayor velocidad que el auto A (y ambos mantienen su velocidad constante) va a llegar un momento en que el auto B alcance al A. ¿Cuál sería la situación de los autos en el momento del encuentro? $t=?$



Analicemos el problema:

- Ambos autos mantienen su velocidad constante durante todo el recorrido MRU

$$\text{Auto A: } x_A = x_{0A} + v_A \cdot t_A$$

$$\text{Auto B: } x_B = x_{0B} + v_B \cdot t_B$$

- El tiempo t que pasa entre el instante inicial $t_0=0$ y el instante que se encuentran los autos es el mismo para el auto A y para el auto B.

$$t_{0A} = t_{0B} = 0s \quad \text{y} \quad t_A = t_B = t = ?$$

- La posición final de ambos autos cuando se encuentran es la misma

$$x_A = x_B$$



¿Cómo resolvemos este problema? Partimos de plantear la ecuación de posición en el encuentro e iremos reemplazando:

$$x_A = x_B$$

$$x_{0A} + v_A \cdot t_A = x_{0B} + v_B \cdot t_B$$

Como $t_A = t_B = t$ y $v_A = 70 \frac{km}{h}$; $v_B = 110 \frac{km}{h}$ y $x_{0A} = 35 km$; $x_{0B} = 0$

$$35 km + 70 km/h \cdot t = 0 + 110 km/h \cdot t$$

Reordenando:

$$35 km = 110 km/h \cdot t - 70 km/h \cdot t$$

$$35 km = (110 km/h - 70 km/h) \cdot t$$

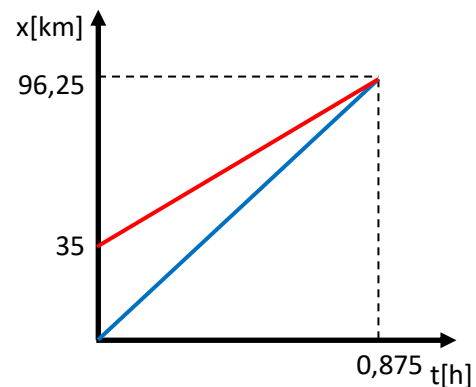
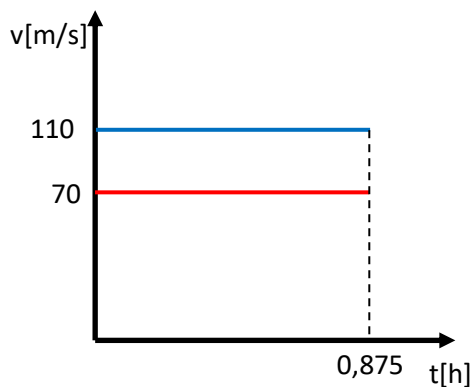
$$35 km = 40 \frac{km}{h} \cdot t \rightarrow t = \frac{35 km}{40 km/h} = 0,875 h$$

¿Dónde se encuentran? Como:

$$x_A = x_B$$

$$x_A = x_{0A} + v_A \cdot t_A = 35 km + 70 \frac{km}{h} \cdot 0,875 h = 96,25 km$$

$$x_B = x_{0B} + v_B \cdot t_B = 0 + 110 \frac{km}{h} \cdot 0,875 h = 96,25 km$$



7) a) Sabiendo que:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

- Intervalo 0-2 s

$$a_m = \frac{v_{2s} - v_{0s}}{t - t_0} = \frac{0 - 0}{2s - 0} = 0 \frac{m}{s^2}$$



- Intervalo 2-4 s

$$a_m = \frac{v_{4s} - v_{2s}}{4s - 2s} = \frac{2 \text{ m/s} - 0}{4s - 2s} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 4-6 s

$$a_m = \frac{v_{6s} - v_{4s}}{6s - 4s} = \frac{5 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}}{6s - 4s} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 6-8 s

$$a_m = \frac{v_{8s} - v_{6s}}{8s - 6s} = \frac{10 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{8s - 6s} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 8-10 s

$$a_m = \frac{v_{10s} - v_{8s}}{10s - 8s} = \frac{15 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{10s - 8s} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 10-12 s

$$a_m = \frac{v_{12s} - v_{10s}}{12s - 10s} = \frac{20 \text{ m/s} - 15 \text{ m/s}}{12s - 10s} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

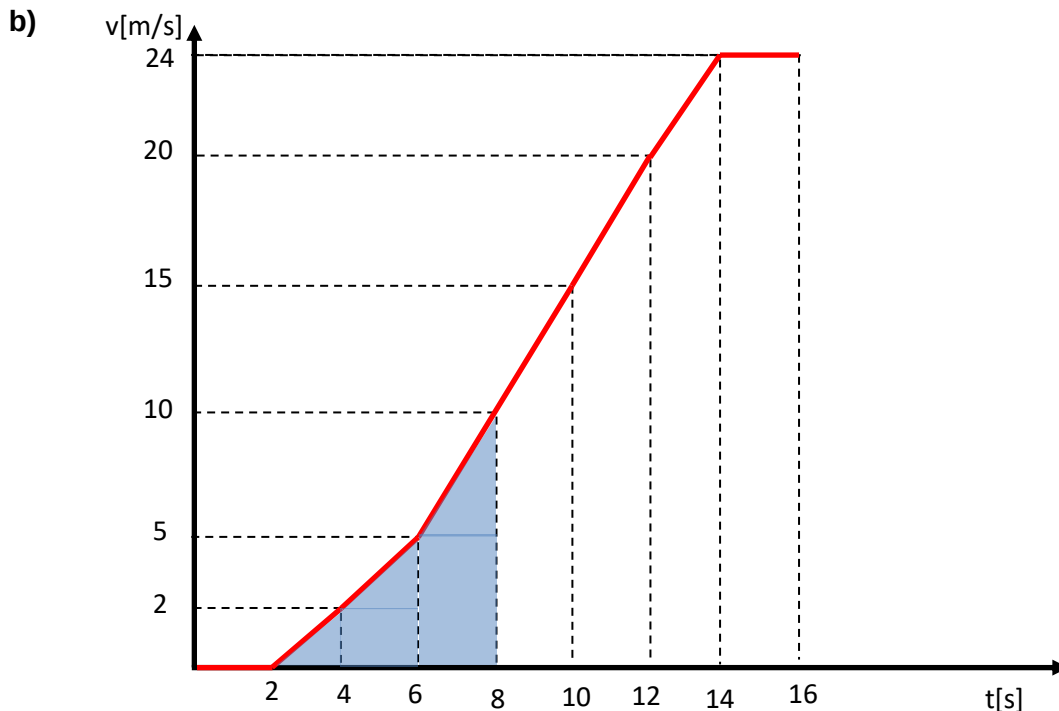
- Intervalo 12-14 s

$$a_m = \frac{v_{14s} - v_{12s}}{14s - 12s} = \frac{24 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{14s - 12s} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Intervalo 14-16 s

$$a_m = \frac{v_{16s} - v_{14s}}{16s - 14s} = \frac{24 \text{ m/s} - 24 \text{ m/s}}{16s - 14s} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

De los resultados se puede concluir que la aceleración media NO es constante.





c) Una forma sencilla de calcular el desplazamiento, teniendo la gráfica de velocidad en función del tiempo es mediante el área encerrada por la misma (sombreada en la gráfica).

$$\Delta x = \text{Área sombreada} = \text{Área 1} + \text{Área 2} + \text{Área 3}$$

$$\text{Área 1} = \frac{1}{2}(4s - 2s) \cdot 2 \frac{m}{s} = 2 m$$

$$\text{Área 2} = \frac{1}{2}(6s - 4s) \cdot \left(5 \frac{m}{s} - 2 \frac{m}{s}\right) + (6s - 4s) \cdot 2 \frac{m}{s} = 4 m$$

$$\text{Área 3} = \frac{1}{2}(8s - 6s) \cdot \left(10 \frac{m}{s} - 5 \frac{m}{s}\right) + (8s - 6s) \cdot 5 m/s = 15 m$$

$$\Delta x = 2 m + 4 m + 15 m = 21 m$$

d) La distancia recorrida en este caso coincide con el desplazamiento pues la velocidad siempre es positiva.

8) a)



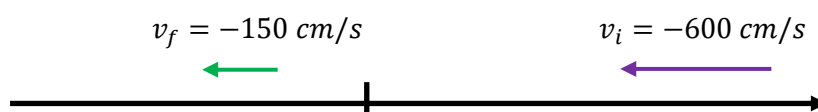
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{600 \frac{cm}{s} - 150 \frac{cm}{s}}{10s} = 45 \frac{cm}{s^2} \quad \text{Movimiento acelerado}$$

b)



$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{150 \frac{cm}{s} - 600 \frac{cm}{s}}{10s} = -45 \frac{cm}{s^2} \quad \text{Movimiento desacelerado}$$

c)





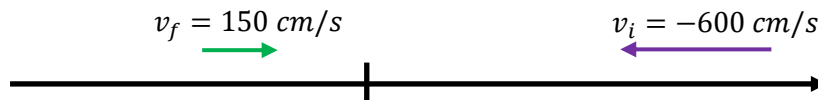
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{-150 \frac{cm}{s} - (-600 \frac{cm}{s})}{10s} = 45 \frac{cm}{s^2} \quad \text{Movimiento desacelerado}$$

d)



$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{-600 \frac{cm}{s} - (-150 \frac{cm}{s})}{10s} = -45 \frac{cm}{s^2} \quad \text{Movimiento acelerado}$$

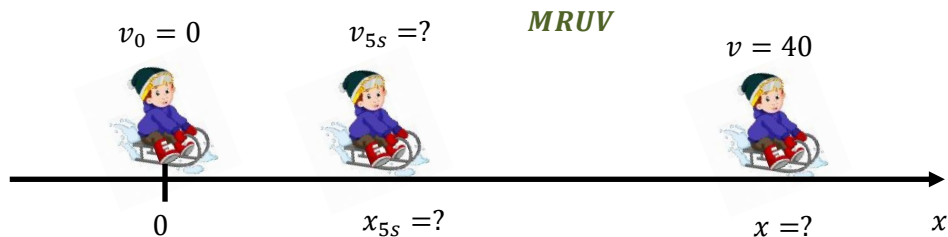
e)



$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{150 \frac{cm}{s} - (-600 \frac{cm}{s})}{10s} = 75 \frac{cm}{s^2}$$

En este caso primero desacelera hasta que la velocidad es cero y luego acelera.

9)



Datos: $v_0 = 0$ $a = 2 \frac{m}{s^2}$

a) $v = v_0 + a \cdot t = 0 + 2 \frac{m}{s^2} \cdot 5s = 10 \frac{m}{s}$

b) $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (5s)^2 = 25 m$

c) $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25 m}{5s} = 5 m/s$

d) $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$

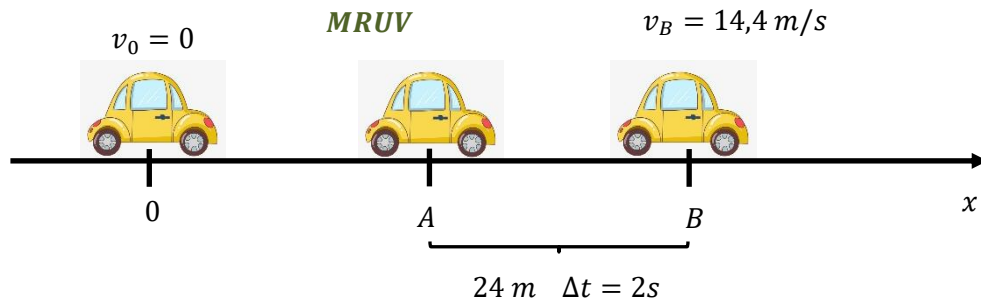


$$(40 \text{ m/s})^2 = 0 + 2.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{(40 \text{ m/s})^2}{2.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 400 \text{ m}$$

10) a) $a = 0,74 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) $\Delta x = 117,5 \text{ m}$

11)



a) $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) La mayor cantidad de datos los tenemos entre los puntos A y B. Si planteamos las 3 ecuaciones correspondientes al MRUV (entre A y B), siempre tendremos 2 incógnitas. Por lo tanto, vamos a tener que resolver un sistema de ecuaciones:

Ecuaciones a utilizar:

$$v_B = v_A + a \cdot t \rightarrow 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_A + a \cdot 2 \text{ s}$$

$$x_B = x_A + v_A \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow x_B - x_A = v_A \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \rightarrow 24 \text{ m} = v_A \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (2 \text{ s})^2$$

De estas dos ecuaciones, de una de ellas despejamos una de las incógnitas.

Por simplicidad de la primera ecuación despejo v_A :

$$v_A = 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - a \cdot 2 \text{ s}$$

Ahora reescribimos la segunda ecuación, pero reemplazamos v_A por lo despejado anteriormente:

$$24 \text{ m} = (14,4 \text{ m/s} - a \cdot 2 \text{ s}) \cdot 2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (2 \text{ s})^2$$

Ahora nos queda resolver una ecuación de una sola incógnita, en este caso a . Resolviendo, queda:

$$a = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Una vez que obtenemos una de las incógnitas, la reemplazamos en la ecuación:



$$v_A = 14,4 \frac{m}{s} - a \cdot 2s \quad \text{obteniendo} \quad v_A = 9,6 \text{ m/s}$$

$$d) v_A^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

$$(9,6 \text{ m/s})^2 = 0 + 2,2,4 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta x \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{(9,6 \text{ m/s})^2}{2,2,4 \frac{m}{s^2}} = 19,2 \text{ m}$$

$$12) v_0 = 9,8 \text{ m/s}$$

13)



- 1^{era} etapa: MRUV

Datos:

$$\left[\begin{array}{l} v_0 = 0 \\ a = 1,2 \frac{m}{s^2} \\ \Delta t = 1 \text{ min} = 60s \end{array} \right.$$

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 + 1,2 \frac{m}{s^2} \cdot 60s = 72 \text{ m/s}$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 1,2 \frac{m}{s^2} \cdot (60s)^2 = 2160 \text{ m}$$

- 2^{da} etapa: MRU

Datos:

$$v = 72 \frac{m}{s} \quad t = 3 \text{ min} = 180s$$

$$x = x_0 + v \cdot t = 0 + 72 \frac{m}{s} \cdot 180s = 12960 \text{ m} \quad \text{Consideré } x_0=0, \text{ o sea que en la segunda etapa recorre } 12960 \text{ m.}$$



- 3^{era} etapa: MRUV

Datos:

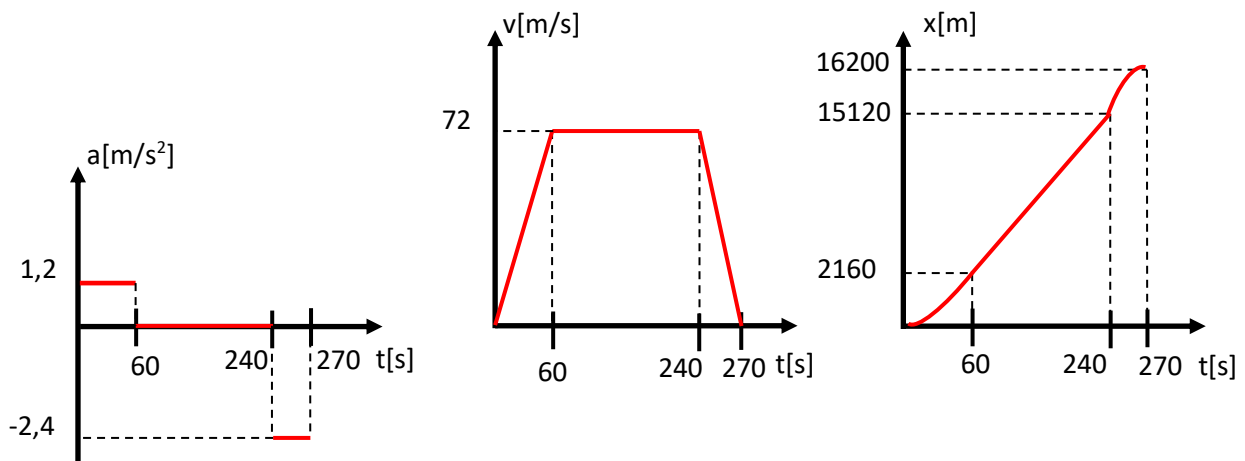
$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = 72 \frac{m}{s} \\ v = 0 \\ a = -2,4 \frac{m}{s^2} \end{array} \right. \quad \text{¡No olvidarse el signo! ¡Desacelera!}$$

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 72 \frac{m}{s} - 2,4 \frac{m}{s^2} \cdot t \rightarrow t = \frac{72 \frac{m}{s}}{2,4 \frac{m}{s^2}} = 30s$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \rightarrow 0 = \left(72 \frac{m}{s}\right)^2 - 2,4 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{\left(72 \frac{m}{s}\right)^2}{2,4 \frac{m}{s^2}} = 1080 m$$

Por lo tanto, la distancia total recorrida será:

$$\text{Distancia total recorrida} = 2160 m + 12960 m + 1080 m = 16200 m$$





3.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior establecimos relaciones entre el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de una partícula puntual (cinemática de la partícula).

Lo que no analizamos en el capítulo anterior fue el origen del movimiento de los cuerpos. La experiencia cotidiana nos indica que un cuerpo no modifica su movimiento a menos que se realicen ciertas acciones sobre éste. ¿Qué motiva este cambio en el movimiento de los cuerpos? ¿Qué acciones deben realizarse para lograr dichas modificaciones? Responder a estas preguntas nos lleva a plantear el concepto de **fuerza**.

Lo que haremos en este capítulo es considerar las relaciones de causa y efecto entre las fuerzas que se aplican a los cuerpos y los movimientos de los mismos.

3.1 FUERZA

La fuerza es una magnitud vectorial, por lo tanto, posee dirección, sentido y módulo (cantidad de fuerza).

La unidad de fuerza en el Sistema Métrico Nacional (SIMELA) es el Newton:

$$[\vec{F}] = N$$

Generalmente las modificaciones en el movimiento de un objeto resultan del efecto combinado de varias fuerzas. **Este conjunto de fuerzas puede ser reemplazado por una única fuerza que produzca el mismo efecto que dicho conjunto.**

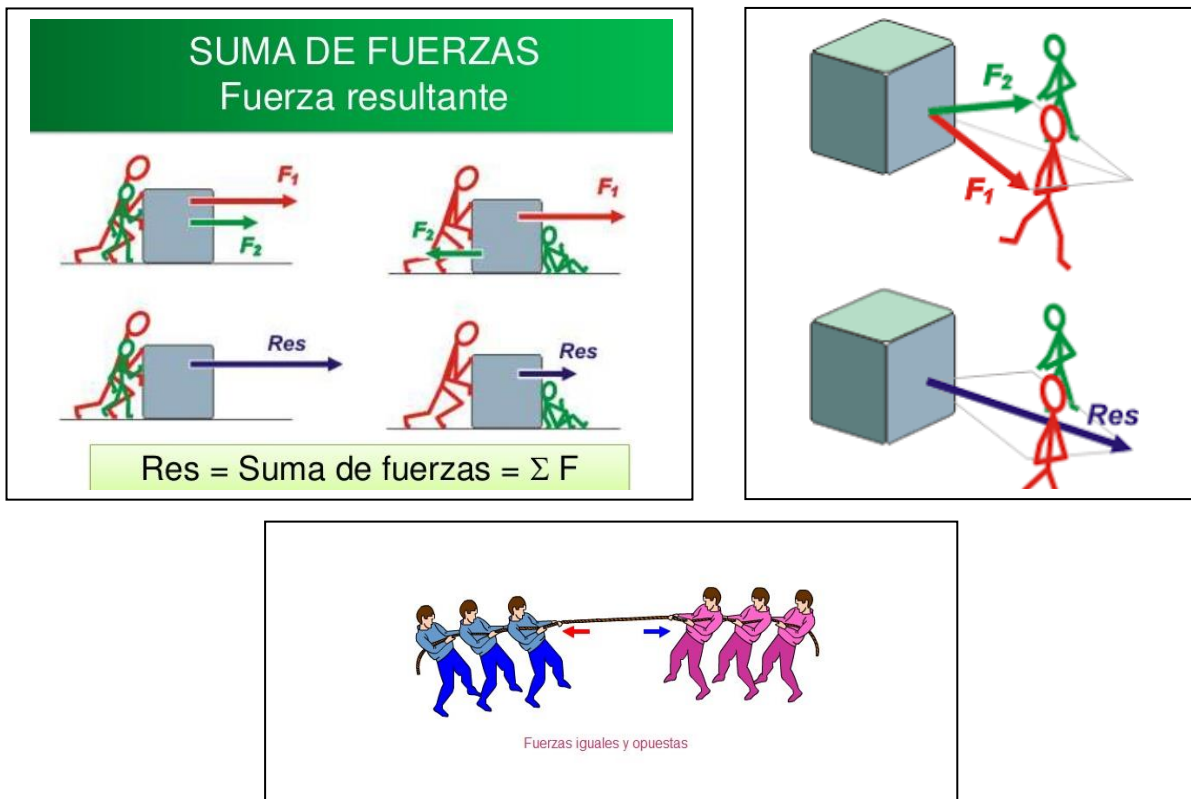
Se denomina resultante o fuerza neta a la fuerza equivalente al conjunto de fuerzas que están aplicadas a un cuerpo. La calcularemos sumando vectorialmente todas las fuerzas que actúan sobre el mismo. Representaremos a la resultante de fuerzas: $\sum \vec{F}$

La **fuerza neta puede ser nula**, en cuyo caso, diremos que las **fuerzas actuantes están equilibradas**.



Ejemplos

1)

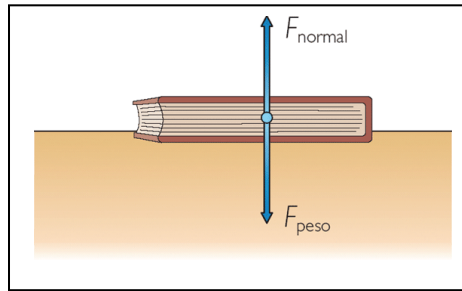


2) En las siguientes situaciones analicemos:

- a) qué fuerzas actúan sobre los objetos
- b) cuál es la resultante de dichas fuerzas
- c) qué tipos de movimientos adquieren éstos



- **Situación 1:** Un libro apoyado sobre una mesa. Se halla en reposo, no se mueve.



a) Las fuerzas que actúan sobre el libro son el peso del cuerpo y la fuerza con que la mesa lo sostiene impidiéndole que se desplace hacia abajo.

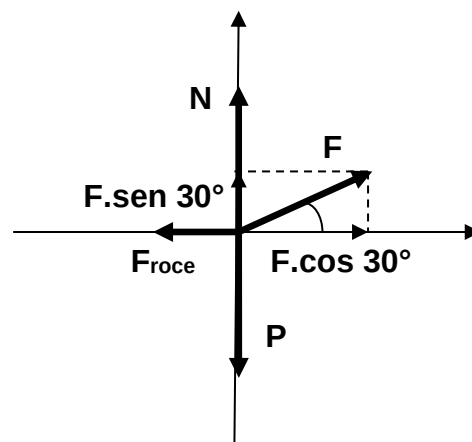
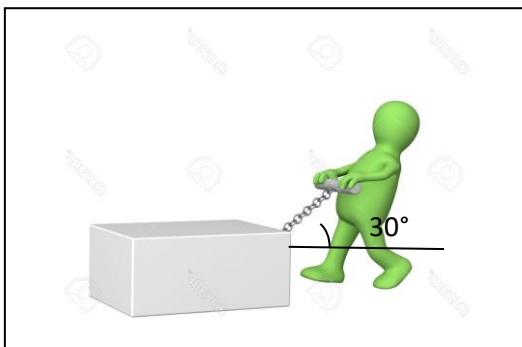
b) y c) Como el libro no se mueve, las fuerzas están equilibradas. Entonces, ambas fuerzas deben tener igual dirección, igual módulo o intensidad y distinto sentido.

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \overline{F_{normal}} + \overline{F_{peso}} = 0$$

Simbolizaremos:

- $\overline{F_{peso}} = \overline{P}$ al **peso**, fuerza que ejerce la Tierra sobre todos los cuerpos.
- $\overline{F_{normal}} = \overline{N}$ a la fuerza **normal**, acción de la mesa sobre el objeto. La fuerza normal resulta del vínculo entre el cuerpo apoyado y la superficie de apoyo y es **siempre perpendicular a la superficie de apoyo**.

- **Situación 2:** Una persona tira de una caja que está apoyada sobre el piso y la hace deslizar desde el reposo.





a) En este caso, además del peso $\bar{P}$ y de la normal $\bar{N}$, actúan otras fuerzas que son la acción de la persona que tira de la caja $\bar{F}$ y el rozamiento del piso $\overline{F_{roce}}$.

b) Para obtener la resultante de las fuerzas que actúan sobre la caja, debemos sumar vectorialmente:

$$\sum \bar{F} = \bar{N} + \bar{P} + \bar{F} + \overline{F_{roce}}$$

Para realizar esta suma deberemos descomponer cada fuerza en sus componentes x e y.

Si, las intensidades de las fuerzas dadas son:

$$F = 214 \text{ N} \quad N = 285 \text{ N} \quad P = 392 \text{ N} \quad F_{roce} = 142 \text{ N}$$

$$\bar{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -392 \text{ N} \end{cases}$$

$$\bar{N} \begin{cases} N_x = 0 \\ N_y = 285 \text{ N} \end{cases}$$

$$\overline{F_{roce}} \begin{cases} P_x = -142 \text{ N} \\ P_y = 0 \text{ N} \end{cases}$$

$$\bar{F} \begin{cases} F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 214 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 185,3 \text{ N} \\ F_y = F \cdot \sin 30^\circ = 214 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 107 \text{ N} \end{cases}$$

Ahora sí podemos realizar la suma de componentes:

$$\sum F_x = 0 + 0 - 142 \text{ N} + 185,3 \text{ N} = 43,3 \text{ N}$$

$$\sum F_y = -392 \text{ N} + 285 \text{ N} + 0 + 107 \text{ N} = 0 \text{ N}$$

¿Es correcto que $\sum F_y = 0$? Sí!! Esto nos indica que la caja sólo desliza en forma horizontal. Si $\sum F_y \neq 0$ la caja además tendría que moverse en el eje y (subiendo o bajando).

Por lo tanto $\overline{F_{resultante}} = (43,3 \text{ N}; 0)$

c) La caja desliza en forma horizontal, paralela al suelo.



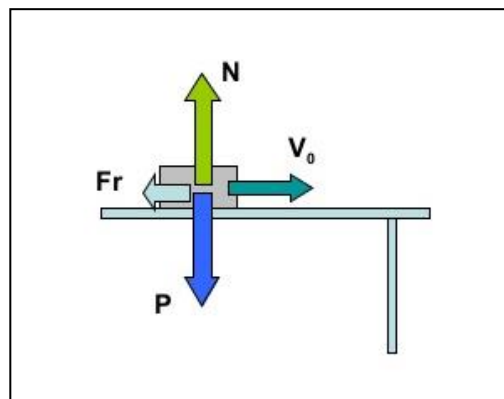
3.2 LEYES DE NEWTON

3.2.1 PRIMERA LEY DE NEWTON

Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo con velocidad constante (MRU), a menos que sobre él actúen fuerzas cuya resultante **no** sea nula.

Imaginemos que lanzamos un cuerpo para que deslice sobre una superficie horizontal, recorrerá una cierta distancia antes de detenerse por acción de la fricción con el mismo. Imaginemos que lo hacemos deslizar por una pista de hielo, en ésta recorrerá mayor distancia antes de detenerse.

Este comportamiento se debe a la fuerza de roce o de fricción que se opone a la dirección del movimiento del cuerpo y hace que se frene. Las otras fuerzas que actúan sobre el cuerpo serían el peso y la normal que se equilibran entre sí.



¿Qué sucedería si no existiera rozamiento entre el cuerpo que desliza y la superficie de apoyo? Evidentemente, el objeto continuaría moviéndose sin variar su velocidad hasta encontrar algo (una pared, ej.) que lo detuviera. Si no existiera fricción entre el cuerpo y la superficie, la resultante de las fuerzas sería nula y el cuerpo continuaría moviéndose con MRU.

La Primera Ley de Newton puede escribirse de la siguiente forma:

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = 0 \vee \vec{v} = cte$$



3.2.2 SEGUNDA LEY DE NEWTON

La fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo le imprime una aceleración directamente proporcional a ésta y de igual dirección y sentido.

La ecuación que representa a esta ley es:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

La constante de proporcionalidad m recibe el nombre de masa del cuerpo y representa la facilidad o dificultad del cuerpo para modificar su velocidad.

Esta ecuación es una ecuación vectorial que no sólo nos brinda la relación existente entre resultante de fuerzas y aceleración adquirida, además expresa que la sumatoria de fuerzas y la aceleración tienen igual dirección y sentido.

Unidades de fuerza y masa

La unidad de masa en el Sistema Internacional (SI) es el kg y la unidad de fuerza el Newton (N), quedando:

$$[\sum \vec{F}] = [m][\vec{a}]$$

$$[\sum \vec{F}] = kg \cdot \frac{m}{s^2} = kg \cdot m \cdot s^{-2} = N$$

Por tradición aún se conservan en los libros los nombres de otras unidades correspondientes a otros sistemas de unidades, si adoptamos el centímetro, el gramo, y el segundo como unidades de longitud, masa y tiempo respectivamente, es obvio que la unidad de fuerza, que en este caso se llama dina es:

$$[dn] = g \cdot cm \cdot s^{-2}$$

Es simple ver que su equivalencia con el N está dado por: $1 N = 10^5 dn$

$$1N = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{1000g}{1kg} \cdot \frac{100cm}{1m} = 1 \cdot 10^5 \frac{g \cdot cm}{s^2} = 1 \cdot 10^5 dn$$



3.2.3 TERCERA LEY DE NEWTON

Las fuerzas actúan siempre por pares. Si un cuerpo A ejerce una fuerza sobre el objeto B; éste ejerce sobre el A una fuerza igual, pero de sentido contrario.

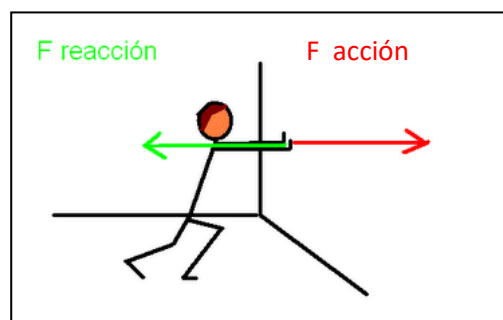
Si una persona empuja una pared con las manos, veremos que ni la persona ni la pared se desplazan. Si la persona se coloca patines y empuja nuevamente la pared, veremos que la pared permanece en reposo, pero la persona se desliza hacia atrás separándose de la pared. En ambos casos la persona empuja la pared y la pared empuja a la persona. La persona primero no se mueve porque la fuerza no alcanza a vencer la adhesión entre el calzado y el piso; pero al ponerse patines disminuye el roce y la acción de la pared sobre ella, la desplaza en sentido opuesto a la acción realizada por la persona sobre la pared.

Distinguimos:

- La fuerza de la persona sobre la pared: la ejerce la persona y esta aplicada en la pared.
- La fuerza de la pared sobre la persona: la ejerce la pared y está aplicada en la persona.

Estas fuerzas forman un **par acción y reacción** (reciben indistintamente el nombre de acción una de ellas y reacción la otra).

Las fuerzas que forman el par acción y reacción están aplicadas en cuerpos distintos y, por lo tanto, no se anulan entre sí.





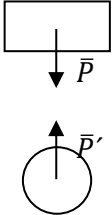
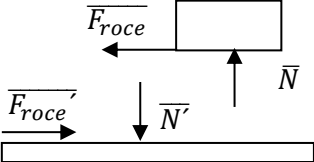
Analicemos el ejemplo de empujar con la mano una caja apoyada sobre la mesa:

Las fuerzas que actúan **sobre la caja** surgen de la interacción de la caja con otros cuerpos: con la Tierra, con la mesa y con la mano.

Las fuerzas que actúan sobre la caja son: peso, normal, la fuerza que hace la mano sobre la caja al empujarla y la fuerza de rozamiento.



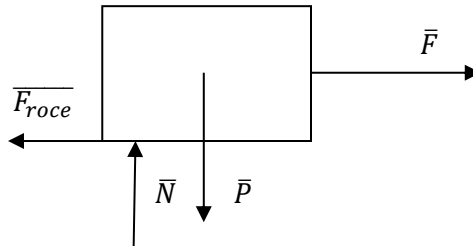
Si, sobre la caja actúan cuatro fuerzas, hay cuatro pares acción y reacción. De cada par, una fuerza actúa en la caja y la otra actúa en el cuerpo con el que la caja interactúa.

Interacción caja-Tierra	Interacción caja-mano	Interacción caja-suelo
 P y P' forman un par acción y reacción. P: fuerza que hace la Tierra sobre la caja P': fuerza que la caja hace sobre la Tierra	 F y F' forman un par acción y reacción. F: fuerza que la mano ejerce sobre la caja F': fuerza que la caja ejerce sobre la mano	 N y N' forman un par acción y reacción N: fuerza que el suelo ejerce sobre la caja N': fuerza que la caja ejerce sobre el suelo F_{roce} y F_{roce}' ejercen un par acción y reacción F_{roce} fuerza que el suelo ejerce sobre la caja (al deslizarse) F_{roce}' fuerza que la caja ejerce sobre el suelo

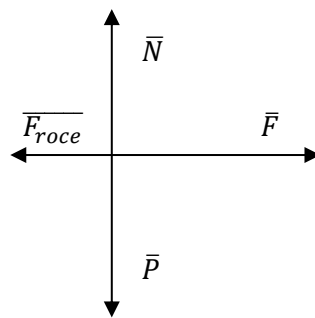


3.2.3.1 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

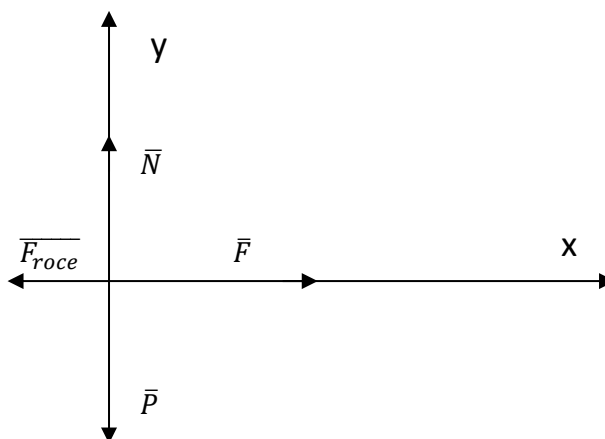
Si aislamos la caja y representamos sólo las fuerzas que actúan sobre la caja, obtenemos el **diagrama de cuerpo libre** o **diagrama de cuerpo aislado**.



Considerando la caja como una partícula, representamos todas las fuerzas que actúan sobre ella desde el punto representativo de la caja.



Si utilizamos un sistema de referencia, a la partícula la ubicamos en el origen de coordenadas.



Para estudiar la dinámica (el movimiento) de una partícula, necesitamos conocer la resultante de fuerzas que actúan sobre ésta:



$$\sum \vec{F} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}$$

- Si $\sum \vec{F} = 0$ la caja estará en reposo o con se moverá con velocidad constante (MRU).
- Si $\sum \vec{F} \neq 0$ la caja se moverá con aceleración. Por la Segunda Ley de Newton $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Esta es una ecuación vectorial, por lo tanto, habrá que plantear

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_x &= m\vec{a}_x \\ \sum \vec{F}_y &= m\vec{a}_y\end{aligned}$$

EJEMPLOS

En cada caso dibuje las fuerzas actuando en el objeto en estudio con sus reacciones.

- Un mate reposa sobre la mesa (objeto en estudio el mate)
- Un ropero es arrastrado por una persona sobre el piso (objeto en estudio el ropero)
- Un cono de tránsito reposa sobre la rampa (plano inclinado) de entrada a un garaje (objeto en estudio el cono de tránsito)

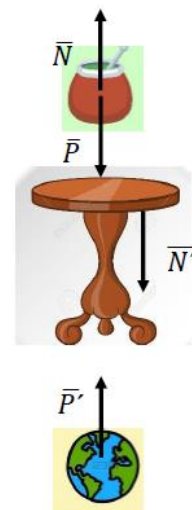
a)

$\vec{P}$: Fuerza que la Tierra ejerce sobre el mate

$\vec{P}'$: Fuerza que el mate ejerce sobre la Tierra

$\vec{N}$: Fuerza que la mesa ejerce sobre el mate

$\vec{N}'$: Fuerza que el mate ejerce sobre la mesa





b)

$\vec{P}$: Fuerza que la Tierra ejerce sobre el ropero

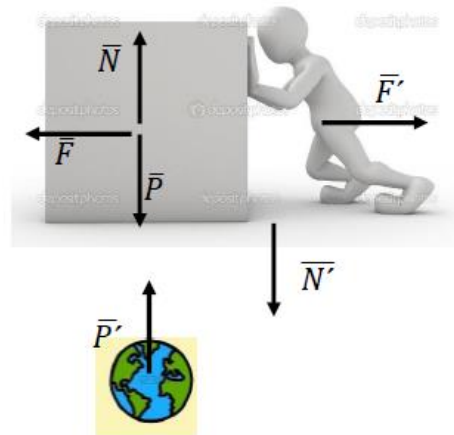
$\vec{P}'$: Fuerza que el ropero ejerce sobre la Tierra

$\vec{N}$: Fuerza que el suelo ejerce sobre el ropero

$\vec{N}'$: Fuerza que el ropero ejerce sobre el suelo

$\vec{F}$: Fuerza que el hombre ejerce sobre el ropero

$\vec{F}'$: Fuerza que el ropero ejerce sobre el hombre



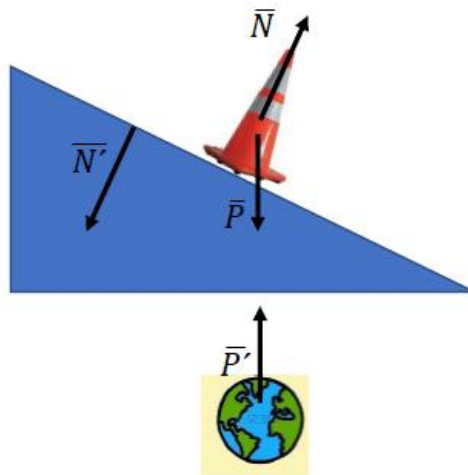
c)

$\vec{P}$: Fuerza que la Tierra ejerce sobre el cono

$\vec{P}'$: Fuerza que el cono ejerce sobre la Tierra

$\vec{N}$: Fuerza que la rampa ejerce sobre el cono

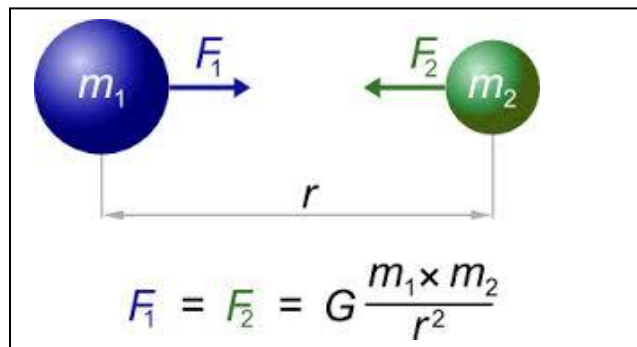
$\vec{N}'$: Fuerza que el cono ejerce sobre la rampa





3.3 LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Toda partícula en el Universo atrae a otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.



Donde $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$ es la llamada **Constante de Gravitación Universal**.

Si esta Ley nos dice que dos cuerpos que, por el sólo hecho de ser masivos existe una fuerza de atracción entre ellos, **¿por qué no estamos pegados al compañero?**

Si realizamos el cálculo de la fuerza de atracción, suponiendo que:

Masa de la chica: $m_1 = 60\text{kg}$

Masa del chico: $m_2 = 80\text{kg}$

Separación entre ellos: $r = 1\text{m}$ resulta:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{60\text{kg} \cdot 80\text{kg}}{(1\text{m})^2} = 3,2 \cdot 10^{-7} \text{N}$$



Debido a que el valor de la fuerza de atracción es muy chico no estamos “todos amontonados”.



3.4 ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD

La expresión de la ley de gravitación universal nos explica, además, por que los cuerpos tienen peso, simplemente llamamos **peso a la fuerza con que la Tierra atrae a cada uno de los cuerpos**.

Imaginemos un hombre sobre la superficie de la Tierra... como nosotros.

De acuerdo a la ley de atracción universal, existe entre el hombre y la Tierra una fuerza de atracción **F** entre ellos, que está dada por la expresión:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

En este caso uno de los cuerpos es la Tierra, cuya masa es M_T y el del hombre la masa es m . El hombre al estar sobre la superficie de la Tierra, la distancia de separación entre el centro de la Tierra y el hombre es el radio de la Tierra: R_T , quedando entonces:

$$F = \left(G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \right) \cdot m$$



Ahora bien,

$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y $R_T = 6370 \text{ km}$

Por lo tanto, el **término entre paréntesis es constante, que se denomina aceleración de la gravedad y se simboliza con la letra g**.

$$g = 9,8 \frac{m}{s^2}$$

El valor de g es variable según las regiones del planeta en que nos encontramos. Varía con la altitud, porque varía el valor medido del radio terrestre; varía con la latitud, por la no esfericidad perfecta de la Tierra que es un esferoide y no una esfera, y varía con las características del subsuelo, ya que en las zonas donde la densidad es mayor la atracción es mayor. Esto último es tan importante que uno de los métodos para la búsqueda de petróleo se basa en la variación del valor de g , ya que la densidad del petróleo es menor que la del agua cuando los valores de g son reducidos hay posibilidades que haya petróleo en la zona.

Si, como dijimos, llamamos **peso a la fuerza con que la Tierra atrae un cuerpo**, de lo expresado anteriormente:

$$P = m \cdot g$$



Acá debemos destacar una diferencia importante entre el lenguaje coloquial y el lenguaje técnico de la física. Cuando vamos a un almacén y compramos un "kilo" de azúcar pretendemos que el almacenero lo "pese". Seguramente vamos a seguir hablando así en el almacén, pero desde el punto de vista de la física lo que el almacenero hace es "masar" un "kilogramo" de azúcar ya que las balanzas determinan masas y no pesos que se deben determinar con un dinamómetro. Por otra parte, si el almacenero realmente vendiera al peso dependeríamos del valor de g en el lugar.

Esta costumbre ha originado un sistema de unidades antiguo y totalmente en desuso denominado "técnico" donde las magnitudes fundamentales elegidas son longitud, fuerza y tiempo y las unidades respectivas son el metro, el segundo y el "kilo fuerza" tomando el peso de la unidad de masa del Sistema Internacional cuando el valor de g es 9.8 m/s^2 . En consecuencia la relación entre un kilogramo fuerza y un Newton es:

$$1\text{kgf} = 9.8 \text{ N}$$

Esto origina una fuerte confusión ya que el mismo objeto, la masa patrón, sirve de unidad para dos magnitudes diferentes en dos sistemas de unidades distintos que tienen el mismo nombre. Para evitar semejante confusión algunos autores llaman al kilo fuerza kilopondio. Nosotros evitaremos la confusión simplemente cumpliendo con la ley que obliga desde hace más de veinte años a usar el Sistema Internacional.

3.5 PREGUNTAS Y PROBLEMAS

Consideraciones previas.

Como en el caso del capítulo anterior la solución de estos problemas es absolutamente sistemática y en consecuencia el resultado es poco importante. Su importancia radica en como los aprovechan los alumnos en su proceso de aprendizaje para comprender la amplitud de los conceptos desarrollados en este capítulo.

Los pasos a seguir para resolver estos problemas son:

- Homogeneizar las unidades, si fuera necesario.
- Realizar el diagrama de cuerpo libre de los cuerpos que integran el sistema en estudio.
- Escribir para cada cuerpo la ecuación de Newton ($\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$) del movimiento.
- Resolver esas ecuaciones.



3.6 PREGUNTAS

1. Si se tiene un cuerpo sobre el que no actúan fuerzas, ¿permanece en reposo?
2. Si una partícula se mueve con velocidad constante, ¿es porque no actúan fuerzas sobre ella?
3. Si sólo actúa una fuerza sobre un cuerpo ¿deberá este acelerarse? ¿Puede tener velocidad cero?, ¿es posible que un objeto describa una curva cualquiera sin que se ejerza una fuerza?
4. Si la aceleración de la gravedad en la Luna es un sexto de la terrestre. ¿Cuál es la masa en la Luna de una persona que en la Tierra tiene una masa de 80 kg?
5. Al izar un cuerpo pesado con una cuerda que tiene la resistencia justa para sostenerlo, debe tirarse con cuidado, pues si se da un tirón fuerte la cuerda se romperá ¿Por qué?
6. Ud. ingresa a un laboratorio de física y encuentra un objeto cilíndrico, pequeño, de color amarillo que tiene grabado "500 gr" y alguien le dice que es una pesa. ¿Puede Ud. explicar qué significan esos 500 gr y qué aplicación tiene ese objeto?
7. Utilizando la primera ley de Newton explique:
 - a. ¿Por qué el cuerpo de un pasajero parado en el pasillo de un ómnibus es despedido hacia atrás cuando el ómnibus acelera a partir del reposo?
 - b. Un hombre está parado en el pasillo de un ómnibus que va por la calle a una cierta velocidad v . El ómnibus frena bruscamente ¿qué le pasa al hombre? ¿Por qué?
 - c. ¿Qué le ocurre al pasajero de un ómnibus que da vuelta una curva con velocidad de módulo constante?
8. Si la acción y la reacción son siempre iguales en magnitud y sentido opuesto ¿por qué no se anulan mutuamente de modo que no quede fuerza para acelerar el cuerpo?
9. "No es la caída lo que lesiona; es la parada repentina contra el suelo". Tradúzcase este dicho al lenguaje de las leyes de Newton del movimiento.
10. Un burro se niega a arrastrar un carro con el siguiente pretexto: "según la tercera ley de Newton, la fuerza que yo ejerzo sobre el carro es siempre igual y opuesta a la que el carro hace sobre mí, luego si nunca puedo ejercer sobre el carro una fuerza mayor que la que él ejerce sobre mí, ¿cómo puedo ponerlo en movimiento?" Explíquelo al burro que no tiene razón.
11. Cuando se acelera un automóvil partiendo del reposo ¿dónde se encuentra la fuerza aplicada

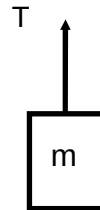


al mismo que le comunica su aceleración? ¿Qué otro cuerpo ejerce esta fuerza?

12. La constante de gravitación universal G ¿sería diferente si la midiéramos en otro planeta?

13. La tensión en la cuerda a que está atada la masa m en la figura es $T = mg/2$ la aceleración de la masa m es:

- a. $g/2$, dirigida hacia abajo.
- b. $g/2$, dirigida hacia arriba.
- c. $3g/2$, dirigida hacia abajo.
- d. Ninguna de las anteriores.



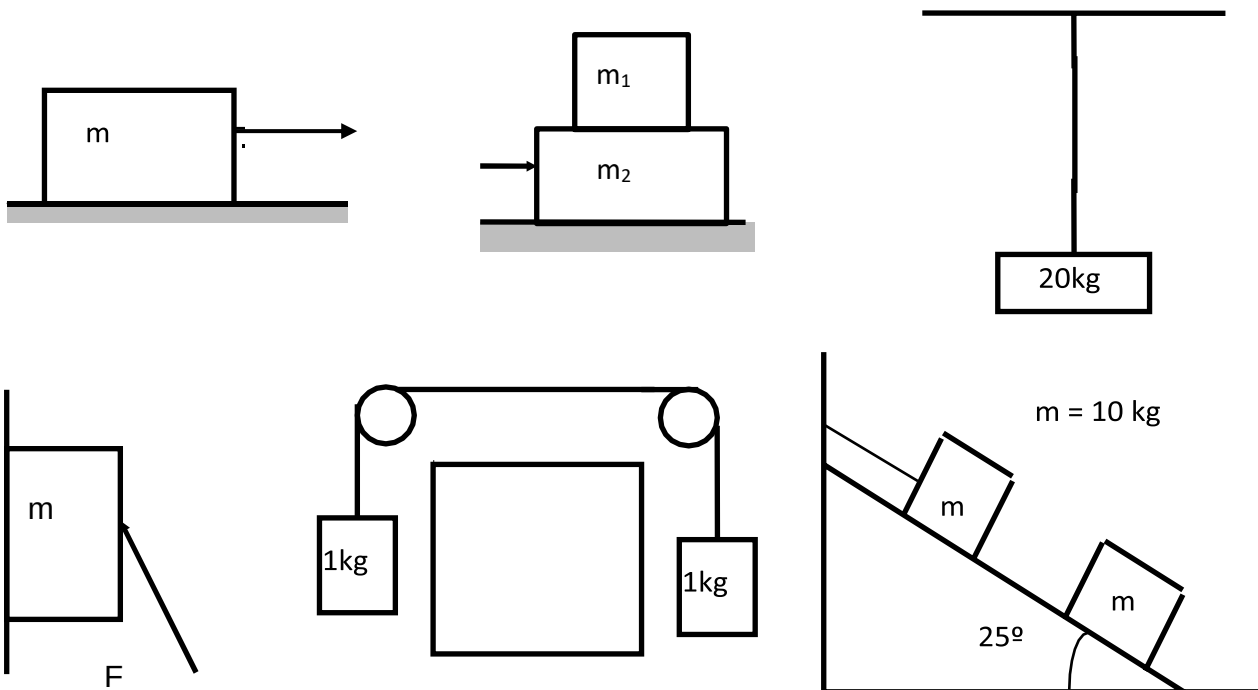


3.7 PROBLEMAS

1. Realice un diagrama de cuerpo libre correspondiente a:

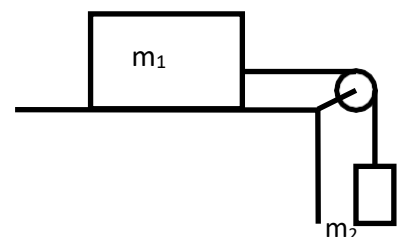
- Un cuerpo en caída libre.
- Un cuerpo en tiro vertical ascendente.
- Un cuerpo en reposo sobre una mesa.
- Un cuerpo suspendido de una soga sujeta al techo.

2. Realice los diagramas de cuerpo libre y determine los pares de acción y reacción para cada uno de los siguientes casos. Indique las fuerzas que actúan sobre los cuerpos y sobre los vínculos en cada caso.



3. Sobre una mesa sin rozamiento se tienen dos bloques de masa 3 kg y 5 kg conectados por una cuerda de masa despreciable y el de 5 kg es tirado por una segunda cuerda horizontal que realiza una fuerza $F=10\text{N}$. Determine la aceleración de cada uno de los bloques y la tensión a la que está sometida cada una de las cuerdas.

4. Un bloque cuelga de una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y está conectada a otro bloque situado sobre una superficie sin rozamiento. Determine la aceleración de cada uno de los bloques y la tensión de la cuerda si $m_1=m_2= 10\text{kg}$.





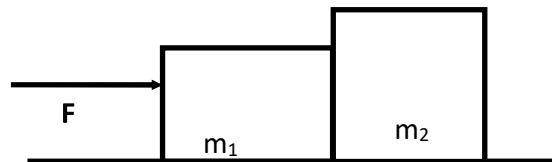
5. Analice el peso aparente de una persona que se encuentra en un ascensor en todos los casos posibles, algunos de los cuales son: a) Ascensor en reposo. b) Ascensor con velocidad constante para arriba. c) Ascensor con aceleración para arriba. d) Ascensor con velocidad constante para abajo. e) Todos los demás casos que hay.

6. Determine la aceleración de una persona durante el acto de saltar verticalmente para arriba. Determine cualitativamente los pares de acción y reacción.

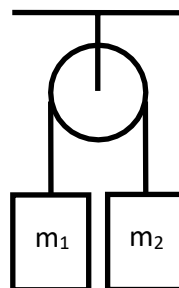
7. Dos bloques se encuentran en contacto de manera que uno es empujado por una fuerza horizontal y a su vez empuja a otro. Determine el valor de la fuerza de contacto entre ellos si la superficie sobre la que se desplazan no tiene rozamiento.

$$F = 150 \text{ N}$$

$$m_1 = 10 \text{ kg} \quad m_2 = 20 \text{ kg}$$



8. Dos cuerpos de masa m y m penden de los extremos de una cuerda sin masa que pasa por una polea sin masa y sin rozamiento. Determine la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda. $m_1 = 10 \text{ kg}$ $m_2 = 20 \text{ kg}$

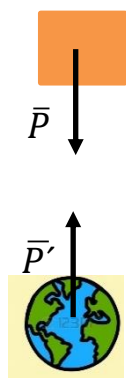




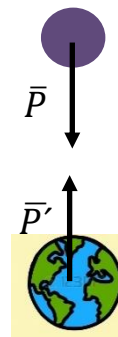
3.8 RESPUESTAS

1.

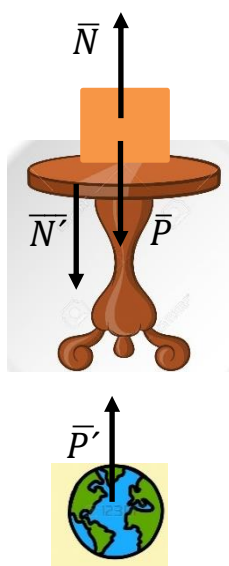
a)



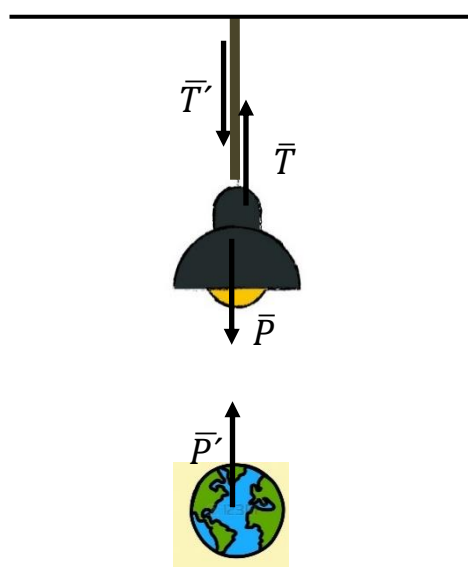
b)



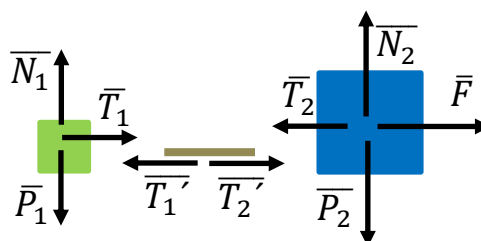
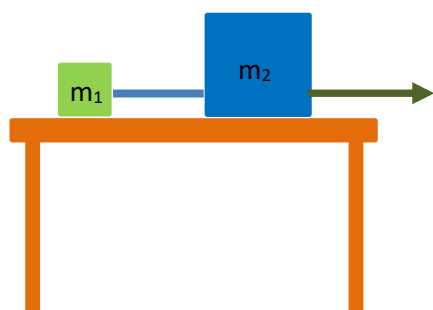
c)

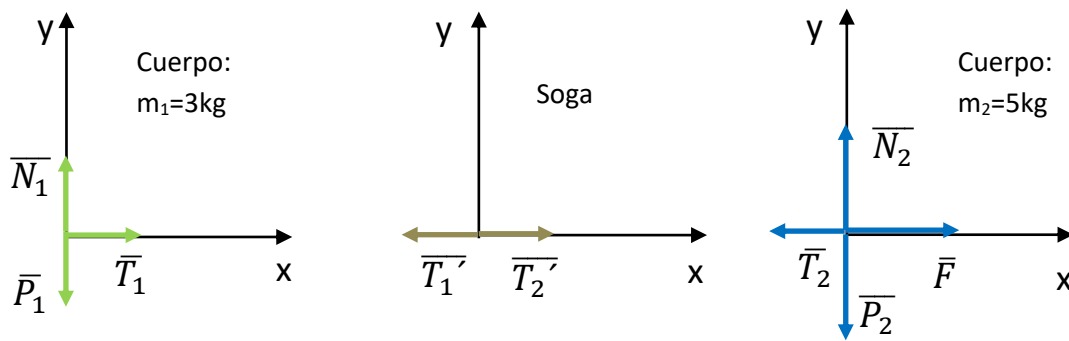


d)



3.





Planteamos la 2° Ley de Newton para los cuerpos en estudio m_1 y m_2 .

- Cuerpo $m_1=3\text{kg}$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y .

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 - P_1 = 0 \rightarrow N_1 = P_1 = m_1 \cdot g = 3\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 29,4\text{N}$$

$$\sum F_x = m_1 \cdot a_1 \rightarrow T_1 = 3\text{kg} \cdot a_1$$

Ecuación con dos incógnitas.

- Cuerpo $m_2=5\text{kg}$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y .

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_2 - P_2 = 0 \rightarrow N_2 = P_2 = m_2 \cdot g = 5\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 49\text{N}$$

$$\sum F_x = m_2 \cdot a_2 \rightarrow F - T_2 = 5\text{kg} \cdot a_2 \rightarrow 10\text{N} - T_2 = 5\text{kg} \cdot a_2$$

Ecuación con dos incógnitas

Hasta aquí no podemos resolver el problema pues tenemos 2 ecuaciones y 4 incógnitas. Analicemos el problema:

Los bloques están unidos por una cuerda $\rightarrow a_1 = a_2 = a$

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = 3\text{kg} \cdot a \\ 10\text{N} - T_2 = 5\text{kg} \cdot a \end{array} \right\} \text{ Dos ecuaciones, 3 incógnitas } \rightarrow \text{ no se puede resolver}$$



¿Para qué el enunciado nos dice que la soga que une los cuerpos tiene masa despreciable?

Analicemos la soga que une los cuerpos, planteando la 2° Ley de Newton.

Como la masa que une los cuerpos es despreciable, el peso de la misma es cero. $P_{soga} \approx 0 \rightarrow$ no hay fuerzas actuando en la dirección $y \rightarrow \sum F_y = 0$.

$$\sum F_x = m_{soga} \cdot a_{soga} \rightarrow T_2' - T_1' = m_{soga} \cdot a_{soga}$$

Como $m_{soga} \approx 0$

$$T_2' - T_1' = 0 \rightarrow T_1' = T_2'$$

Ahora bien T_1 y T_1' ; T_2 y T_2' representan pares de fuerza acción – reacción, por lo tanto:

$$T_1 = T_1' \text{ y } T_2 = T_2' \rightarrow T_1 = T_2 = T$$

Quedando ahora las ecuaciones a resolver de la siguiente forma:

$$\left. \begin{array}{l} T = 3kg \cdot a \\ 10N - T = 5kg \cdot a \end{array} \right\} \text{ Dos ecuaciones, 2 incógnitas } \rightarrow \text{ se puede resolver}$$

Utilizando el método de sustitución,

$$10N - 3kg \cdot a = 5kg \cdot a \rightarrow 10N = 5kg \cdot a + 3kg \cdot a \rightarrow 10N = 8kg \cdot a \rightarrow a = \frac{10N}{8kg} = 1,25 \frac{m}{s^2}$$

Reemplazando, obtenemos T:

$$T = 3kg \cdot a = 3kg \cdot 1,25 \frac{m}{s^2} = 3,75N$$

4.

$$a = 4,9 \frac{m}{s^2} ; T = 49N$$

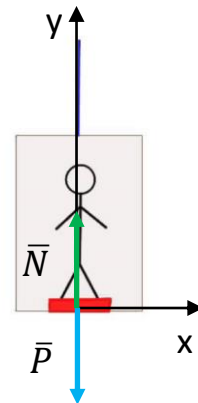
5.

Para resolver este problema supongamos un hombre de masa m que está de pie sobre una balanza sujeta al suelo de un ascensor. La balanza está calibrada en Newtons. La lectura de la balanza es el módulo de la fuerza normal N ejercida por la balanza sobre el hombre, lo que sería el peso aparente que debemos calcular en cada caso.



a) Ascensor en reposo $\rightarrow v = 0 \rightarrow a = 0$

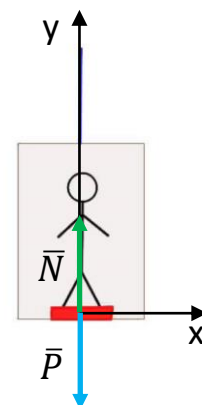
Por lo tanto, $\sum F = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = P = m \cdot g$



b) Ascensor con velocidad constante hacia arriba $\rightarrow v = cte \rightarrow a = 0$

Por lo tanto, $\sum F = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = P = m \cdot g$

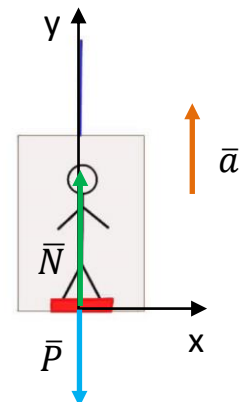
Mismo caso sería con velocidad constante hacia abajo.



c) Ascensor con aceleración constante hacia arriba

$$\sum F = m \cdot a \rightarrow N - P = m \cdot a \rightarrow N = m \cdot a + P$$

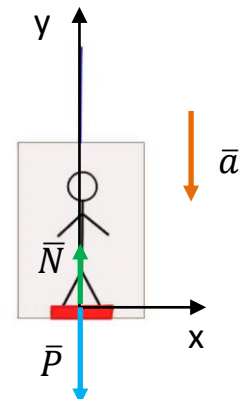
$$N = m \cdot (a + g) \quad \text{El peso aparente es mayor que el real}$$



d) Ascensor con aceleración constante hacia abajo

$$\sum F = m \cdot a \rightarrow N - P = -m \cdot a \rightarrow N = -m \cdot a + P$$

$$N = m \cdot (g - a) \quad \text{El peso aparente es menor que el real}$$





6)

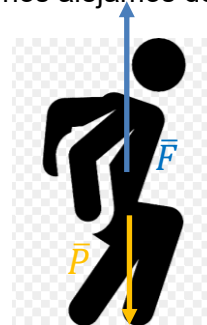
Cuando saltamos hacemos fuerza hacia abajo....entonces, ¿por qué nos alejamos del suelo?

Analicemos las fuerzas involucradas en la persona:

$\bar{P}$: peso de la persona

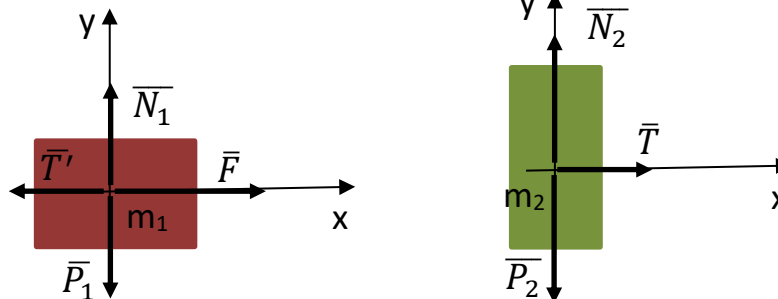
$\bar{F}$: fuerza que el suelo ejerce sobre la persona

Esta fuerza $\bar{F}$ es la reacción a la fuerza que hacemos para saltar.



$$\sum F = m \cdot a \rightarrow F - P = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F - P}{m}$$

7)



Como observamos en los diagramas de cuerpo libre de ambos cuerpos,

$\bar{T}$ y $\bar{T}'$ son par acción – reacción, por lo tanto $T = T'$

Como ambos cuerpos se encuentran en contacto, tendrán la misma aceleración,

$$a_1 = a_2 = a$$

Escribimos la 2° Ley de Newton para ambos cuerpos:

- Cuerpo $m_1=10\text{kg}$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 - P_1 = 0 \rightarrow N_1 = P_1 = m_1 \cdot g = 10\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 98\text{N}$$

$$\sum F_x = m_1 \cdot a_1 \rightarrow F - T = 10\text{kg} \cdot a \rightarrow 150\text{N} - T = 10\text{kg} \cdot a$$

Ecuación con dos incógnitas.



- Cuerpo $m_2=20\text{kg}$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_2 - P_2 = 0 \rightarrow N_2 = P_2 = m_2 \cdot g = 20\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 196\text{N}$$

$$\sum F_x = m_2 \cdot a_2 \rightarrow T = 20\text{kg} \cdot a$$

Ecuación con dos incógnitas

Resolvemos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left. \begin{array}{l} 150\text{N} - T = 10\text{kg} \cdot a \\ T = 20\text{kg} \cdot a \end{array} \right\}$$

Utilizando el método de sustitución para resolver el sistema,

$$150\text{N} - 20\text{kg} \cdot a = 10\text{kg} \cdot a$$

$$150\text{N} = 10\text{kg} \cdot a + 20\text{kg} \cdot a \rightarrow 150\text{N} = 30\text{kg} \cdot a \rightarrow a = \frac{150\text{N}}{30\text{kg}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$T = 20\text{kg} \cdot a = 20\text{kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 100\text{N}$$

8)

$$a = 3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad T = 130,7\text{N}$$





4.1 INTRODUCCIÓN

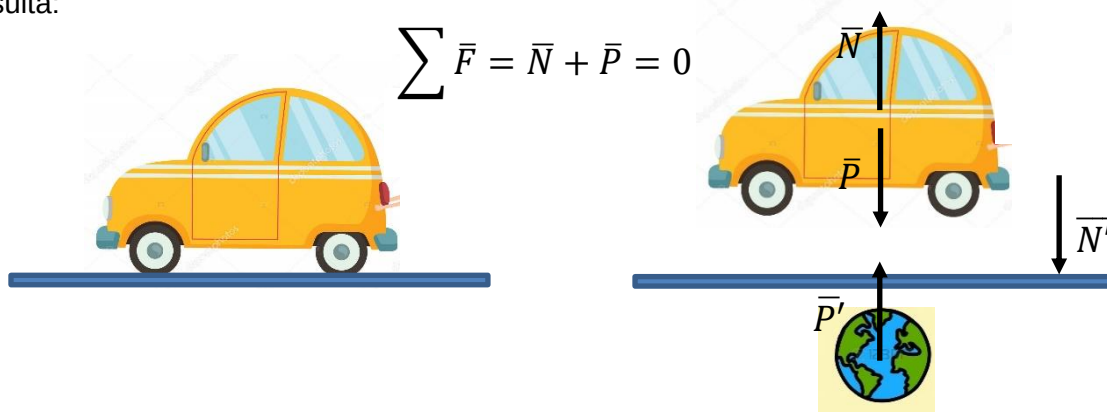
En este capítulo veremos como se aplican las Leyes de Newton y las de la cinemática estudiadas en los capítulos anteriores a casos particulares. En este capítulo no se desarrollarán nuevos conceptos de física. Lo que se hará será sólo ver aplicaciones de los conceptos ya estudiados, pero no debe verse como una "ejercitación". Estudiar como se aplican los conceptos que se comenzaron a aprender en los capítulos anteriores brinda una ampliación de los conceptos ya que estos no se "aprenden" se "comprenden" a través de su aplicación.

4.2 ROZAMIENTO

Entre las fuerzas que deberemos considerar está la fuerza de rozamiento entre dos cuerpos. Cuando tenemos dos cuerpos, por ejemplo, un auto apoyado sobre el suelo, por lo que vimos antes sobre el auto actúan dos fuerzas:

- una acción a distancia que es la fuerza gravitatoria de atracción ejercida por la Tierra sobre el auto
- fuerza de contacto que hace el suelo sobre el auto y que siempre actúa normal al plano de separación de ambas superficies.

Si aplicamos la Segunda Ley de Newton, sabiendo que están en reposo y, en consecuencia, $a = 0$ resulta:



En estas condiciones el sistema permanecerá en reposo, pero, ¿qué ocurre si aplicamos una pequeña fuerza lateral $\vec{F}$ al auto? Cuando intentamos mover un auto, al principio uno realiza fuerza sobre el mismo, pero el auto no se mueve.

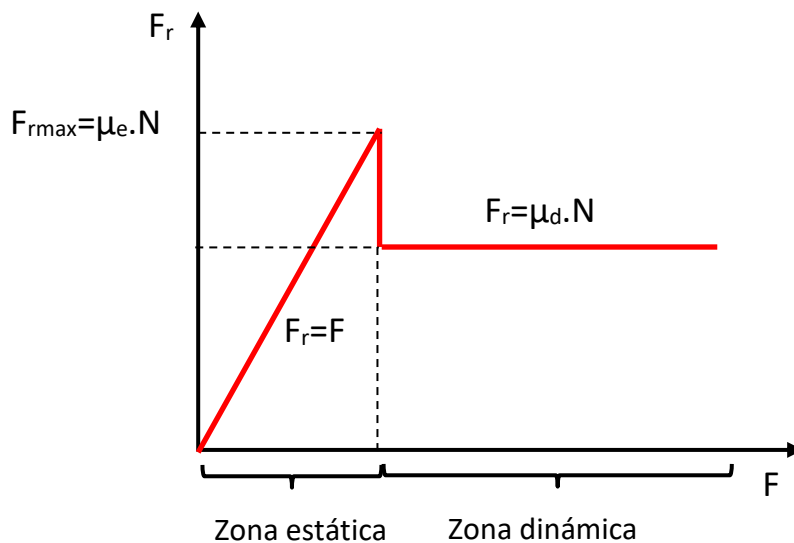


La experiencia nos indica que siempre encontraremos una fuerza lo suficientemente pequeña para que el cuerpo no se mueva, y esto parecería contradecir la primera Ley de Newton, para que esto no ocurra el suelo debe ejercer sobre el auto una fuerza lateral, igual y opuesta a la fuerza F que nosotros estamos aplicando.



Esta fuerza $\vec{F}_r$ la llamaremos **fuerza de roce** y la podemos explicar por las pequeñas (o grandes, según sea el caso) imperfecciones que poseen ambas superficies.

Si se incrementa el valor de $\vec{F}$ desde cero vemos que el valor de $\vec{F}_r$ es igual y opuesto a $\vec{F}$ hasta llegar a un valor máximo de $\vec{F}_r$ que llamamos $\vec{F}_{rmax}$ y que es el valor de la fuerza de roce a partir de la cual si incrementamos el valor de $\vec{F}$ el cuerpo se comienza a mover. Cuando el cuerpo se comienza a deslizar el valor de $\vec{F}_r$ disminuye un poco, por esta razón se habla de dos tipos de fuerza de roce, la fuerza de roce estática y la fuerza de roce cinética o dinámica.



De lo anterior surge que el valor de la fuerza de roce es siempre menor o igual al valor de la fuerza que tiende a desplazar al cuerpo.

$$F_r \leq F$$

El valor de la fuerza de roce depende de dos condiciones:

1. El estado de las superficies de contacto, estado de pulimento, lubricación entre las mismas, etc.
2. La fuerza de contacto entre las superficies.





A partir de las dos condiciones mencionadas se puede establecer una relación entre la fuerza de rozamiento máxima y la fuerza de contacto hallando un coeficiente, llamado coeficiente de roce estático o dinámico según sea el caso, así tenemos:

$$F_{rmax} = \mu_e \cdot N$$

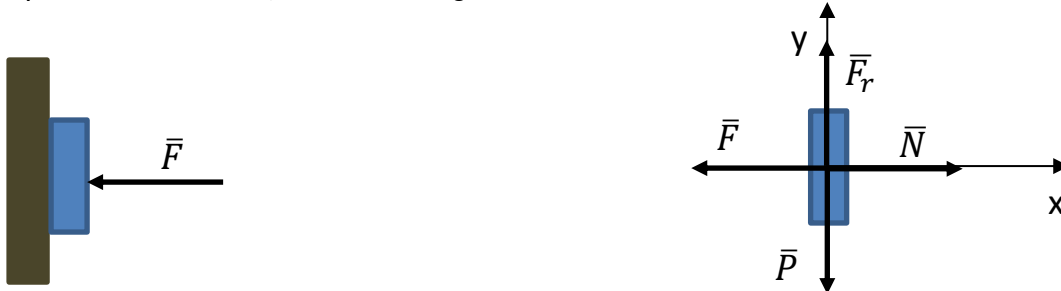
$$F_r = \mu_d \cdot N$$

Estas dos ecuaciones no son ecuaciones vectoriales, ya que siempre la fuerza de roce será ortogonal a la fuerza de contacto entre los cuerpos, lo que estas ecuaciones establecen es una relación de proporcionalidad entre los módulos de las fuerzas actuantes.

Es muy importante estar conscientes que si el valor de la fuerza aplicada es menor que la fuerza de roce máxima el valor de la fuerza de roce es igual a la fuerza aplicada.

EJEMPLO: Se empuja con una fuerza horizontal un libro de 5kg de masa contra una pared. La fuerza aplicada sobre el libro es de 200N, de manera que el libro no desliza por la pared. El coeficiente de fricción estática entre el libro y la pared es $\mu=0,3$.

- Determine la magnitud de la fuerza normal que la pared ejerce sobre el libro.
- Determine la magnitud de la fuerza de fricción estática que se ejerce sobre el libro.
- Si la magnitud de la fuerza de fricción que se ejerce sobre el libro disminuye, hasta que el libro está a punto de deslizar, ¿cuál es la magnitud de la fuerza cuando el deslizamiento es inminente?



Como primer paso realizamos el diagrama de cuerpo libre del libro. El cuerpo si desliza lo hace hacia abajo, por lo tanto, la fuerza de roce al ser opuesta al movimiento es hacia arriba.

Como el cuerpo está quieto, no se mueve.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N - F = 0 \rightarrow N = F = 200N$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_r - P = 0 \rightarrow F_r = P = m \cdot g = 5kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 49N$$

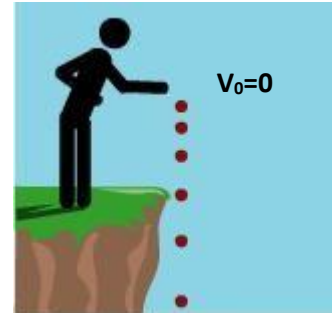
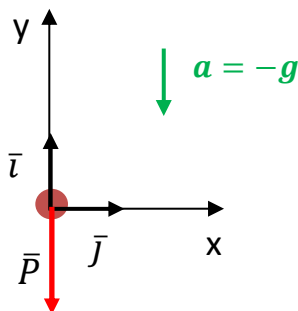
$$F_r = \mu \cdot N \rightarrow N = \frac{F_r}{\mu} = \frac{49N}{0,3} = 163,3N \text{ como } F = N = 163,3N$$



4.3 CAIDA LIBRE

Llamaremos cuerpos en caída libre a un modelo de trabajo en el que los cuerpos se dejan caer con velocidad inicial cero bajo la acción de la fuerza de atracción gravitatoria terrestre y con la condición adicional que las fuerzas de rozamiento con el aire sean despreciables. Por esta última razón este modelo se suele llamar caída en el vacío.

Imaginemos un cuerpo de masa m que se libera con velocidad inicial cero. Si se realiza el diagrama de cuerpo libre mientras está en caída la única fuerza actuante sobre la misma es el peso $P = mg$,



$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow -P = m \cdot a \rightarrow -m \cdot g = m \cdot a \rightarrow a = -g$$

A partir de saber la velocidad inicial y la aceleración a que se encuentra sometido el cuerpo, encontrar la posición y la velocidad en función del tiempo es sencillo.

Consideremos un sistema de coordenadas convencional y que en el tiempo $t=0$ el cuerpo se encuentra en $x = 0$ e $y = 0$ para estas condiciones los datos del problema aparecen como $\mathbf{v}_0 = 0$, $\mathbf{a}_y = -g \mathbf{j}$ donde con $\mathbf{j}$ designamos el versor correspondiente al sentido positivo de las y .

Así, las ecuaciones de posición quedan:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = \text{pues } x_0 = 0 \text{ y } v_{0x} = 0$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ pues } y_0 = 0 ; v_{0y} = 0 \text{ y } a = -g$$

Y las ecuaciones de velocidad en función del tiempo quedan:

$$v_x = 0 \text{ pues } v_{0x} = 0$$

$$v_y = v_{0y} + a \cdot t = -g \cdot t \text{ pues } v_{0y} = 0 \text{ y } a = -g$$



¿Qué se modificaría si la velocidad inicial es distinta de cero? O sea, $v_0 \neq 0$

En cualquier momento mientras el cuerpo cae, la única fuerza actuando sigue siendo el peso, por lo tanto, al plantear la sumatoria de fuerzas:

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow -P = m \cdot a \rightarrow -m \cdot g = m \cdot a \rightarrow a = -g$ el cuerpo desciende con la misma aceleración

Lo único que se ve afectado son las ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo, quedando:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = 0 \quad \text{pues } x_0 = 0 \text{ y } v_{0x} = 0$$

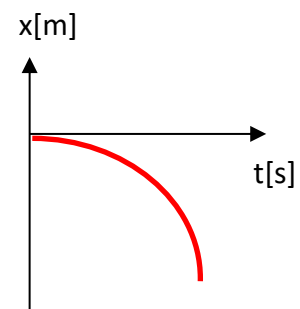
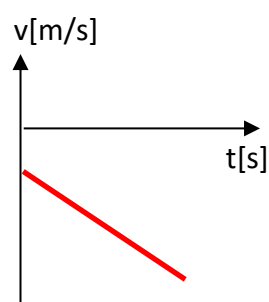
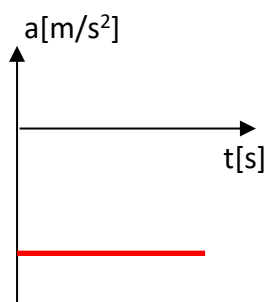
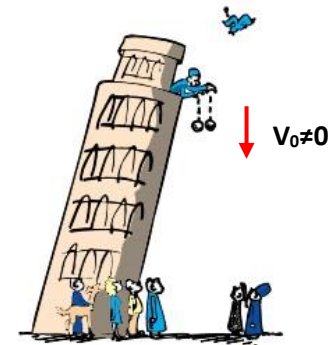
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = -v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{pues } y_0 = 0 ; v_{0y} = -v_{0y} \text{ y } a = -g$$

Y las ecuaciones de velocidad en función del tiempo quedan:

$$v_x = 0 \quad \text{pues } v_{0x} = 0$$

$$v_y = v_{0y} + a \cdot t = -v_{0y} \cdot t - g \cdot t \quad \text{pues } v_{0y} = -v_{0y} \text{ y } a = -g$$

Las gráficas de aceleración, velocidad y posición en función del tiempo son las siguientes:





EJEMPLO

Desde un edificio se cae una maceta que tarda 7 segundos en llegar al piso. ¿Con qué velocidad impacta la maceta contra el piso? ¿Cuál es la altura del edificio?

La única fuerza que actúa sobre la maceta es el peso, por lo tanto, ésta desciende con una aceleración:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow -P = m \cdot a \rightarrow -m \cdot g = m \cdot a \rightarrow \boxed{a = -g}$$

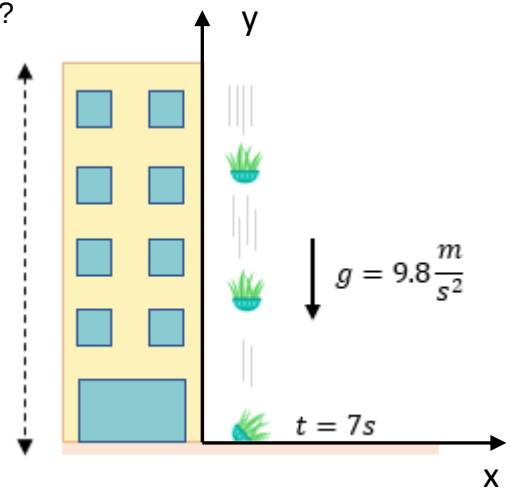
$$a = -9,8 \frac{m}{s^2}$$

La maceta cae con dicha aceleración constante, por lo tanto, nos encontramos frente a un problema MRUV.

$$\text{Datos: } v_0 = 0 \quad t = 7 \text{ seg} \quad a = -9,8 \frac{m}{s^2}$$

$$\boxed{v = v_0 + a \cdot t = 0 - 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 7s = 68,6 \text{ m/s}}$$

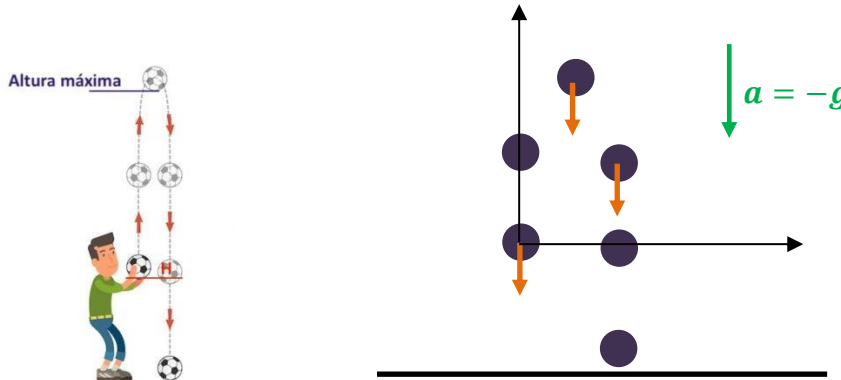
$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow 0 = x_0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot \left(-9,8 \frac{m}{s^2}\right) \cdot (7s)^2 \rightarrow \boxed{x_0 = -\frac{1}{2} \cdot \left(-9,8 \frac{m}{s^2}\right) \cdot (7s)^2 = 240,1m}$$





4.4 TIRO VERTICAL

En el tiro vertical, un objeto es lanzado hacia arriba desde una cierta altura H con una cierta velocidad inicial. Analizando el movimiento, sabemos que el objeto llegará hasta cierta altura donde su velocidad se hará cero y luego comenzará a descender. La única fuerza que actúa en todo momento es el peso.



Consideremos nuestro eje y positivo hacia arriba, planteamos la 2ª Ley de Newton,

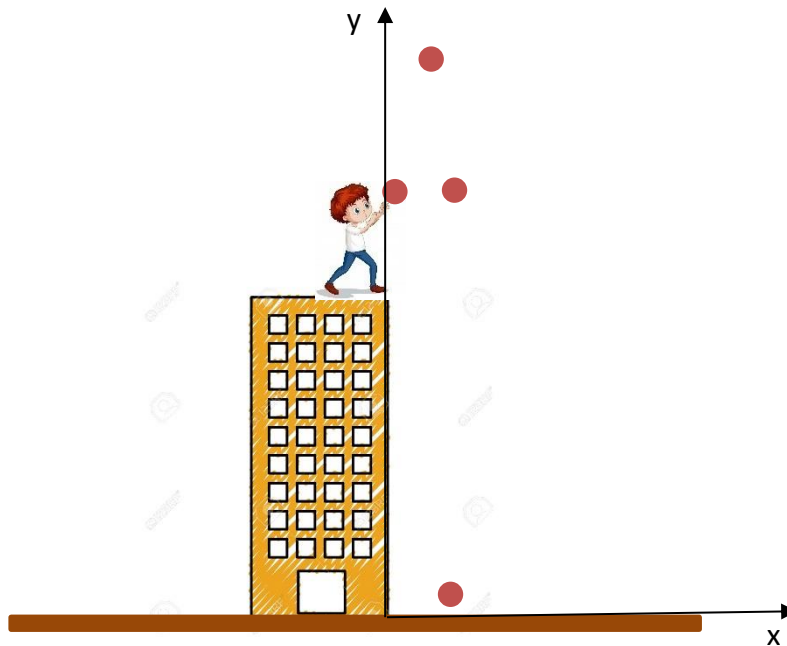
$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow -P = m \cdot a \rightarrow -m \cdot g = m \cdot a \rightarrow a = -g$$

El cuerpo sube con una velocidad inicial, disminuyendo la misma hasta hacerse cero y luego cae aumentando la velocidad.

Consideremos el **siguiente ejemplo**:

Se lanza una piedra desde la terraza de un edificio de 50 m de alto con una velocidad inicial de 20 m/s en línea recta y hacia arriba. Calcula:

- El tiempo necesario para que la piedra alcance su altura máxima.
- La altura máxima.
- El tiempo necesario para que la piedra regrese a la terraza del edificio.
- La velocidad de la piedra en ese instante.
- Representa gráficamente $a = f(t)$, $v = f(t)$, $y = f(t)$ para el vuelo completo hasta que la piedra llega al suelo.



Para el sistema de referencia adoptado y sabiendo que solamente hay movimiento en la dirección del eje y , planteamos las ecuaciones correspondientes al MRUV con $a = -g$.

Datos:

$$a = -g = -9,8 \frac{m}{s^2} \quad ; \quad v_0 = 20 \frac{m}{s} \quad ; \quad y_0 = 50m$$

a) En el instante que la piedra alcanza la **altura máxima, la velocidad es cero:** $y_{max} \rightarrow v = 0$

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 20 \frac{m}{s} - 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot t \rightarrow t = \frac{20 \frac{m}{s}}{9,8 \frac{m}{s^2}} = 2,04 s$$

$$b) v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta y \rightarrow 0 = (20 m/s)^2 - 2 \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta y \rightarrow \Delta y = \frac{(20 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot 9,8 \frac{m}{s^2}} = 20,4 m$$

$$y_{max} = 50 m + 20,4 m = 70,4 m$$

c) Si lo que subió la piedra desde el lanzamiento hasta la altura máxima fue $\Delta y = 20,4m$, desde la altura máxima debe bajar esa misma distancia. Tomando como punto inicial el de altura máxima,

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow 50 m = 70,4 m + 0 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{50m - 70,4m}{-\frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2}}} = 2,04 s$$



Por lo tanto, el tiempo que tarda la piedra en pasar por el mismo punto que se tiró es de:

$$t = 2,04s + 2,04s = 4,08s$$

$$d) v = v_0 + a \cdot t = 20 \frac{m}{s} - 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 4,08s = -20m/s$$

De los puntos c y d) se puede concluir que en un tiro vertical:

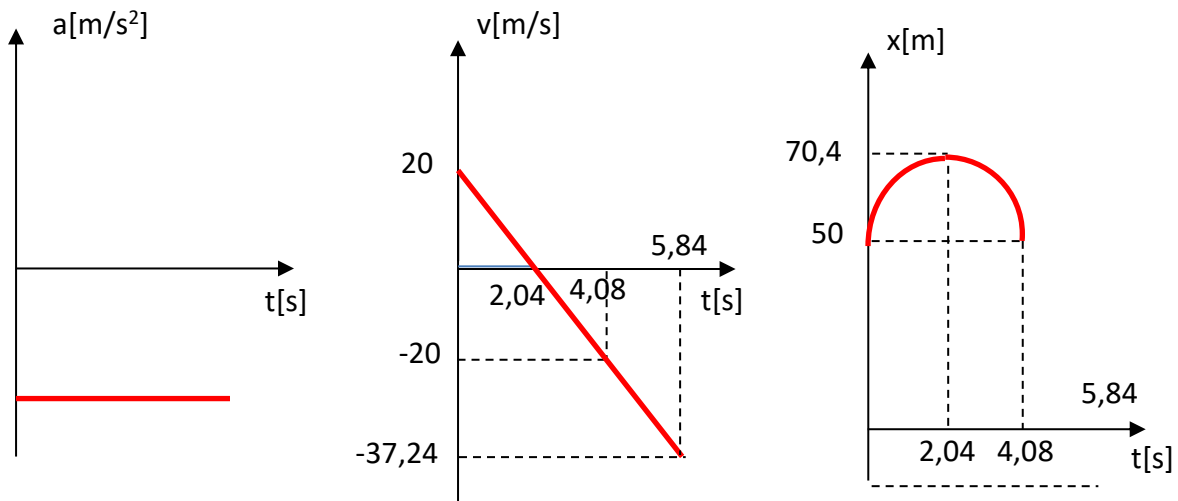
- El tiempo que tarda en subir el cuerpo hasta la altura máxima desde un punto inicial es el mismo tiempo que le llevará descender desde el punto de altura máxima hasta el punto inicial.
- La velocidad del cuerpo en un punto, cuando está subiendo o bajando, en módulo es la misma, cambia solamente el sentido.

e) Para realizar las gráficas nos falta calcular el tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo y la velocidad:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow 0m = 70,4m + 0 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{-70,4m}{-\frac{1}{2} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2}}} = 3,8s$$

Tiempo total de vuelo de la piedra = 2,04s + 3,8s = 5,84s

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 - 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 3,8s = -37,24m/s$$





4.5 ESTÁTICA

Un caso particularmente interesante de las aplicaciones de las Leyes de Newton lo constituye la estática, que es la parte de mecánica destinada al estudio de los cuerpos que permanecen en reposo. Todos los cuerpos que se encuentran dentro del campo gravitatorio terrestre están sometidos a las fuerzas gravitatorias por lo que sí se encuentran en reposo existen otras fuerzas que equilibran las gravitatorias. Estas fuerzas son provistas a los cuerpos por los vínculos, un ejemplo de esto lo tenemos cuando un cuerpo en reposo se encuentra sobre una mesa, ésta es el vínculo que limita su desplazamiento vertical.

En general diremos que vínculo es todo aquello que limita el movimiento de los cuerpos y nuestra tarea es calcular la fuerza que hacen los vínculos para sostener a los cuerpos.

Para resolver las reacciones de vínculo (fuerzas que hacen los vínculos en reacción a las acciones que hacen los cuerpos sobre ellos) en el caso de cuerpos puntuales basta aplicar las leyes de Newton sabiendo que en la condición de reposo la aceleración vale cero, por lo que:

$$\sum \vec{F} = 0$$

Realizando el diagrama de cuerpo libre y aplicando la ecuación vectorial anterior se obtiene el valor de las reacciones de vínculo.

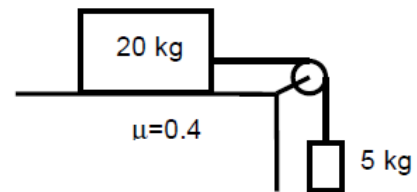
La ecuación anterior es suficiente si se trata de casos que pueden ser reducidos a partículas, esto ocurre cuando, aunque el cuerpo sea extenso, las fuerzas que actúan sobre él son concurrentes. Si el sistema de fuerzas no es concurrente se debe agregar a la ecuación anterior otras como se verá en cursos superiores.



4.6 PREGUNTAS

1. A causa de la resistencia del aire, dos objetos de masa desigual no caen exactamente con la misma velocidad. Si dos cuerpos de idéntica forma, pero de masa distinta, se sueltan simultáneamente desde la misma altura, ¿cuál llegar primero al suelo?
2. Sean dos cuerpos de pesos 1 N y 2 N en caída libre. ¿Por qué caen con la misma aceleración si están sometidos a fuerzas distintas?
3. Cuando se acelera un automóvil partiendo del reposo ¿dónde se encuentra la fuerza aplicada al mismo que le comunica su aceleración? ¿Qué otro cuerpo ejerce esta fuerza?
4. Un bloque de masa m resbala por un plano inclinado un ángulo ϕ con velocidad constante. Se sabe que existe roce, en consecuencia, se concluye que el coeficiente de roce cinético entre el bloque y el plano es:
a.) $\tan \phi$ b.) $1 - \cos \phi$ c.) $(\cos \phi - \sin \phi)$ d.) $m g \sin \phi$

5. Considere un bloque de masa 20 kg sobre una superficie con un coeficiente de rozamiento entre ellos de $\mu = 0.4$. El bloque está tirado por una cuerda de la que cuelga una masa de 5 kg a través de una polea sin rozamiento. Determine el valor de la fuerza de roce, compárela con el peso del cuerpo de 5 kg, analice en qué dirección se mueve el sistema. Realice el diagrama de cuerpo libre.



6. Un bloque de aluminio y otro de madera de igual masa parten al mismo instante del reposo sobre un plano inclinado. El coeficiente de roce cinético entre el bloque de aluminio y el plano es despreciable, el del bloque de madera es μ . Indique cuál de las siguientes afirmaciones son correctas.
- a. Ambos bloques alcanzan el extremo del plano al mismo tiempo y con la misma velocidad.
 - b. El bloque de aluminio llega primero al extremo, pero ambos tendrán la misma velocidad al llegar.
 - c. El bloque de aluminio alcanza el extremo del plano primero y tendrá mayor velocidad que el bloque de madera cuando éste llegue al extremo.
 - d. Ambos bloques llegan al mismo tiempo pero el bloque de madera se mueve más despacio que el de aluminio.



7. ¿Es irrazonable que el coeficiente de rozamiento sea mayor que uno?
8. Un bloque cuyo peso es de 20 N se encuentra sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la superficie es $\mu_e = 1$. Se ata al bloque una cuerda y se realiza una tensión sobre la misma de 15 N con un ángulo de 30° con la horizontal. Indique cuál de las siguientes afirmaciones son correctas.
- e. El bloque permanecerá en reposo. La fuerza de roce estático es de 20 N.
 - f. El bloque se moverá horizontalmente.
 - g. El bloque se levantará de la superficie debido a la acción de la cuerda.
 - h. El bloque permanecerá en reposo, la fuerza de roce estática es de 13 N.
9. Desde el borde de una terraza de altura h se arroja una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad v_0 y una hacia abajo con una velocidad de igual módulo. ¿Con qué, velocidad llega al suelo cada piedra? ¿Cuál es la diferencia en tiempo de vuelo?
10. Una pelota se arroja verticalmente hacia arriba, alcanza su punto más alto y regresa ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?
- a. La aceleración siempre está en dirección del movimiento.
 - b. La aceleración siempre se opone a la velocidad.
 - c. La aceleración siempre está dirigida hacia abajo.
 - d. La aceleración siempre está dirigida hacia arriba en la subida y hacia abajo en la bajada.
11. Una piedra de masa m arroja hacia arriba con una velocidad inicial v_0 y alcanza una altura h . Una segunda piedra de masa $2m$, se tira hacia arriba con una velocidad inicial $2v_0$ ¿qué altura alcanzará?
- a) $h/2$
 - b) $2h$
 - c) h
 - d) $4h$
12. Una piedra de masa m_1 deja caer desde el techo de un edificio alto. En el mismo momento otra piedra de masa m_2 se deja caer desde una ventana 10 m más abajo del techo. La distancia entre las dos piedras durante la caída:
- a) disminuye
 - b) aumenta
 - c) permanece siempre en 10 m
 - d) depende de la relación m_2 / m_1

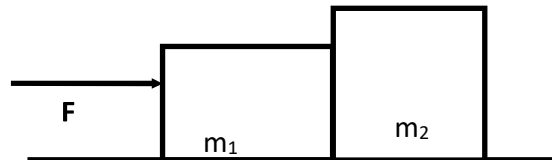


4.7 PROBLEMAS

1. Dos bloques se encuentran en contacto de manera que uno es empujado por una fuerza horizontal y a su vez empuja a otro. Determine el valor de la fuerza de contacto entre ellos si la superficie sobre la que se desplazan tiene rozamiento.

$$F = 150 \text{ N}$$

$$m_1 = 10 \text{ kg} \quad m_2 = 20 \text{ kg}$$



a) $\mu_1 = 0.25 \quad \mu_2 = 0.25$ b) $\mu_1 = 0.25 \quad \mu_2 = 0.15$ c) $\mu_1 = 0.15 \quad \mu_2 = 0.25$

2. Se lanza una pelota hacia arriba con velocidad inicial de 40 m/s. ¿cuánto tiempo está la pelota en el aire? ¿cuál es la mayor altura que alcanza la pelota? ¿cuándo está la pelota a 15 m del suelo? Realice las gráficas de la posición de la pelota, la velocidad y la aceleración de la pelota en función del tiempo.

3. Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal. Se le aplica una fuerza F paralela al plano cuyo valor se aumenta desde cero hasta 8 N antes que el bloque comience a deslizarse. Para mantenerlo con velocidad constante, una vez que este se ha iniciado, sólo es necesario una fuerza de 4N. Determine: a) El valor de la fuerza de roce durante el reposo. b) La fuerza de roce en el momento de movimiento inminente. c) La fuerza de roce durante el movimiento. d) El valor de los coeficientes de roce estático y dinámico.

4. Un cuerpo está apoyado sobre un plano inclinado de 37° con respecto a la horizontal y se supone que no existen roces. El cuerpo se mantiene en reposo mediante una fuerza paralela al plano inclinado de 20 N. realice el diagrama de cuerpo libre indicando pares de acción y reacción y calcule: a) El peso del cuerpo. b) La fuerza que el plano inclinado ejerce sobre el cuerpo. c) La aceleración con que el mismo desciende si se suprime la fuerza de 20 N. d) La inclinación que debiera tener el plano para que el cuerpo descienda con una aceleración igual a $g/2$

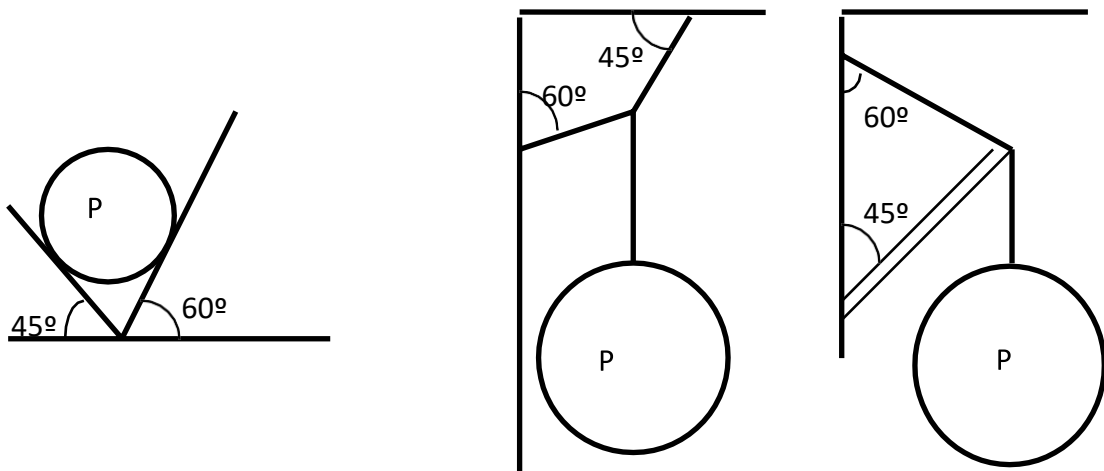
5. Un bloque de 10 kg se dispara hacia arriba sobre un plano inclinado liso a 30° con respecto a la horizontal con una velocidad inicial de 14,7 m/s. Realice el diagrama de cuerpo libre y calcule: a) la aceleración del bloque. b) La distancia que recorre antes de detenerse. c) El tiempo que demora en llegar nuevamente a la base del plano. d) La velocidad con que llega al punto de partida.



6. Si para el problema anterior existe una fuerza de roce de 7 N entre el plano y el bloque calcule:

- La aceleración con que el bloque sube por el plano.
- La distancia que recorre en ascenso.
- El tiempo que tarda en recorrer esa distancia.
- La aceleración de descenso.
- La velocidad con que llega a la base del plano.
- El tiempo de descenso por el plano.
- El coeficiente de rozamiento.

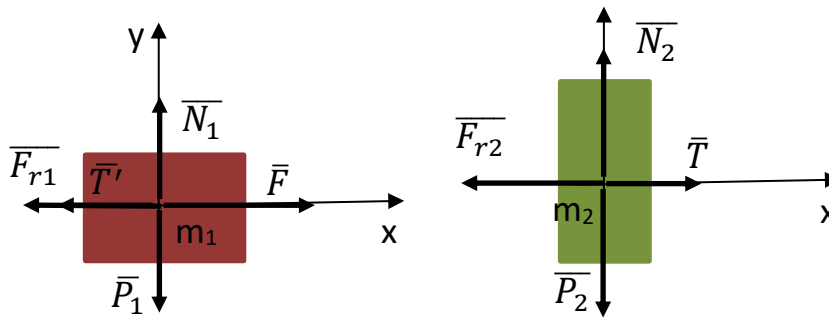
7. Determine el valor de las reacciones de vínculo en los siguientes casos. $P = 50 \text{ N}$





4.8 RESPUESTAS

1b)



Como observamos en los diagramas de cuerpo libre de ambos cuerpos,

$\bar{T}$ y $\bar{T}'$ son par acción – reacción, por lo tanto $T = T'$

Como ambos cuerpos se encuentran en contacto, tendrán la misma aceleración,

$$a_1 = a_2 = a$$

Escribimos la 2° Ley de Newton para ambos cuerpos:

- Cuerpo $m_1=10\text{kg}$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 - P_1 = 0 \rightarrow N_1 = P_1 = m_1 \cdot g = 10\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 98\text{N}$$

$$F_{r1} = \mu_1 \cdot N_1 = 0,25 \cdot 98\text{N} = 24,5\text{N}$$

$$\sum F_x = m_1 \cdot a_1 \rightarrow F - T - F_{r1} = 10\text{kg} \cdot a \rightarrow 150\text{N} - T - 24,5\text{N} = 10\text{kg} \cdot a$$
 Ecuación con dos incógnitas.

- Cuerpo $m_2=20\text{kg}$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_2 - P_2 = 0 \rightarrow N_2 = P_2 = m_2 \cdot g = 20\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 196\text{N}$$

$$F_{r2} = \mu_2 \cdot N_2 = 0,15 \cdot 196\text{N} = 29,4\text{N}$$

$$\sum F_x = m_2 \cdot a_2 \rightarrow T - F_{r2} = 20\text{kg} \cdot a \rightarrow T - 29,4\text{N} = 20\text{kg} \cdot a$$
 Ecuación con dos incógnitas



Resolvemos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left. \begin{aligned} 150N - T - 24,5N &= 10kg \cdot a \\ T - 29,4N &= 20kg \cdot a \end{aligned} \right\}$$

Utilizando el método de sustitución para resolver el sistema,

$$150N - (20kg \cdot a + 29,4N) - 24,5N = 10kg \cdot a$$

$$150N - 29,4N - 24,5N = 10kg \cdot a + 20kg \cdot a \rightarrow 96,1N = 30kg \cdot a \rightarrow a = \frac{96,1N}{30kg} = 3,2 \frac{m}{s^2}$$

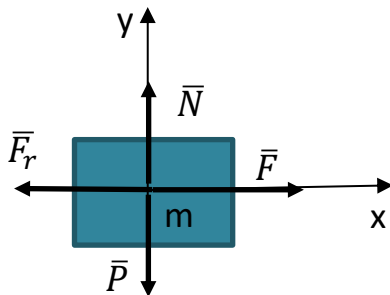
$$T - 29,4N = 20kg \cdot a = 20kg \cdot 3,2 \frac{m}{s^2} \rightarrow T = 64N + 29,4N = 93,4N$$

2) Tiempo que está la pelota en el aire: 8,16s

Altura máxima: 81,6m

Pelota a 15m del suelo en: $t = 0,4s$ y $t = 7,77s$

3)



a) Como la fuerza externa que se aplica al bloque no hace que éste se mueva hasta que $F=8N$, por lo tanto, el cuerpo antes se encuentra quieto.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F - F_r = 0 \rightarrow F = F_r$$

b) En el momento en que el cuerpo comienza a moverse, como $F=F_r=8N$

c) Cuando el cuerpo comienza a moverse, éste lo hace con velocidad constante, por lo tanto:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F - F_r = 0 \rightarrow F = F_r = 4N$$

$$d) F_{\text{restática máxima}} = \mu_e \cdot N \quad F_{\text{r dinámica}} = \mu_d \cdot N$$

Como el cuerpo no se desplaza en la dirección y:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = P = m \cdot g = 2kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 19,6N$$



Por lo tanto:

$$F_{\text{restática máxima}} = \mu_e \cdot N \rightarrow 8N = \mu_e \cdot 19,6N \rightarrow \mu_e = \frac{8N}{19,6N} = 0,4$$

$$F_{\text{dinámica}} = \mu_d \cdot N \rightarrow 4N = \mu_d \cdot 19,6N \rightarrow \mu_d = \frac{4N}{19,6N} = 0,2$$

4)

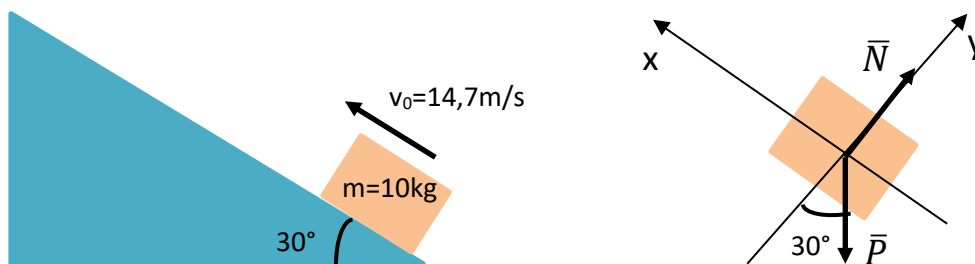
a) $P=33,2N$

b) $N=26,5N$

c) $a= 5,9 \text{ m/s}^2$

d) $\varphi=30^\circ$

5) Para el planteo de problemas con un plano inclinado, **siempre conviene** tomar uno de los ejes en la dirección de movimiento del cuerpo.



a) Para resolver el problema debemos plantear la 2° Ley de Newton, pero vemos que la fuerza Peso no se encuentra en la dirección de ninguno de los ejes. Entonces la descomponemos en sus componentes:

$$P = m \cdot g = 10kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 98N \rightarrow P_x = -P \cdot \sin 30^\circ = -49N ; P_y = -P \cdot \cos 30^\circ = -84,87N$$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = 84,87N$$

$$\sum F_x = m \cdot a \rightarrow -P_x = 10kg \cdot a \rightarrow a = -\frac{49N}{10kg} = -4,9 \frac{m}{s^2}$$

b) Ahora nos encontramos con un MRUV

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \rightarrow 0 = (14,7 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{-(14,7 \text{ m/s})^2}{-2 \cdot 4,9 \frac{m}{s^2}} = 22,05 \text{ m}$$



c) Calculamos el tiempo que demora en llegar hasta el punto de velocidad cero. Cuando baja, desciende la misma distancia y como la única fuerza que actúa es el peso, por lo tanto, el tiempo que demora en bajar es el mismo que demora en subir.

Tiempo que demora en subir:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 14,7 \frac{m}{s} - 4,9 \frac{m}{s^2} \cdot t \rightarrow t = \frac{-14,7 \frac{m}{s}}{-4,9 \frac{m}{s^2}} = 3s$$

Tiempo que demora en llegar a la base del plano: $t = 2 \cdot 3s = 6s$

d) Sin realizar ningún cálculo (única fuerza que contribuye al movimiento la componente x del peso)

$$v = -14,7 \text{ m/s}$$

6) Tenemos el mismo problema que el anterior pero ahora actúa una fuerza de roce entre el cuerpo y el plano inclinado. Como la fuerza de roce siempre se opone al movimiento del cuerpo, vamos a separar este problema en 2: uno cuando el cuerpo sube y el otro cuando el cuerpo baja.

✓ **Sube**

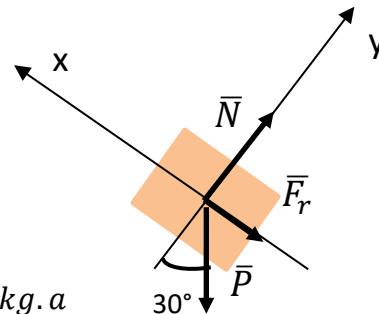
$$P = m \cdot g = 10kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 98N \rightarrow P_x = -P \cdot \sin 30^\circ = -49N ; P_y = -P \cdot \cos 30^\circ = -84,87N$$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal

(paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = 84,87N$$

$$\sum F_x = m \cdot a \rightarrow -P_x - F_r = 10kg \cdot a \rightarrow -49N - 7N = 10kg \cdot a$$



$$a) a = \frac{-49N - 7N}{10kg} = -5,6 \frac{m}{s^2}$$

b)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \rightarrow 0 = (14,7 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot 5,6 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{-(14,7 \frac{m}{s})^2}{-2 \cdot 5,6 \frac{m}{s^2}} = 19,3 \text{ m}$$

c)

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 14,7 \frac{m}{s} - 5,6 \frac{m}{s^2} \cdot t \rightarrow t = \frac{-14,7 \frac{m}{s}}{-5,6 \frac{m}{s^2}} = 2,6s$$



✓ **Baja (ver sentido eje x)**

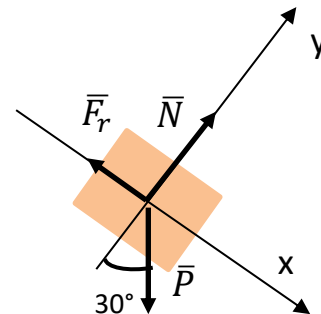
$$P = m \cdot g = 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 98 \text{ N} \rightarrow P_x = P \cdot \sin 30^\circ = 49 \text{ N} ; P_y = -P \cdot \cos 30^\circ = -84,87 \text{ N}$$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal

(paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = 84,87 \text{ N}$$

$$\sum F_x = m \cdot a \rightarrow P_x - F_r = 10 \text{ kg} \cdot a \rightarrow 49 \text{ N} - 7 \text{ N} = 10 \text{ kg} \cdot a$$



$$d) a = \frac{49 \text{ N} - 7 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

e)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x = 0 + 2 \cdot 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 19,3 \text{ m} = 162,12 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \rightarrow v = 12,7 \text{ m/s}$$

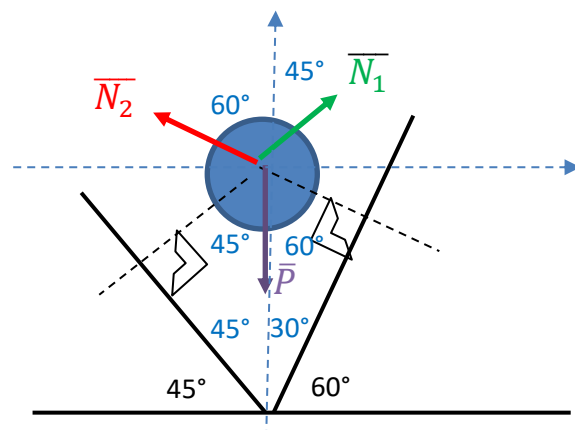
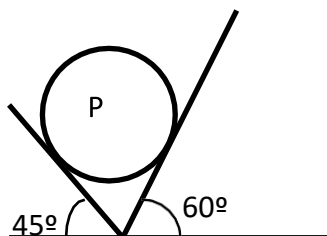
f)

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 12,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0 + 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \rightarrow t = \frac{12,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,02 \text{ s}$$

g)

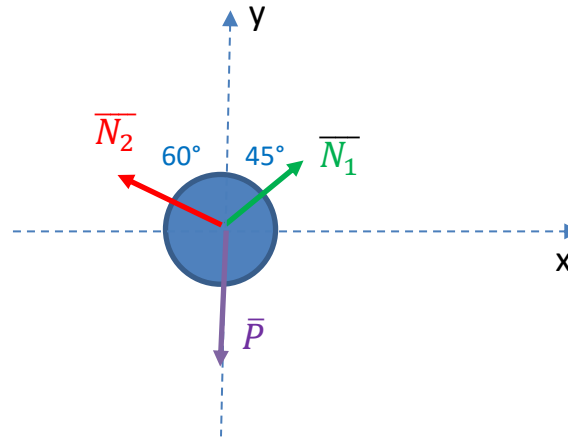
$$F_r = \mu \cdot N \rightarrow \mu = \frac{F_r}{N} = \frac{7 \text{ N}}{84,87 \text{ N}} = 0,08$$

7)





En el dibujo se aprecia que las normales N_1 y N_2 son las fuerzas que ambos planos inclinados ejercen sobre el cuerpo. En línea punteada está dibujada la prolongación de dichas fuerzas, para mostrar que son normales (forman 90°) con los planos que las realizan. En color negro están los ángulos datos y en azul los que uno puede ir deduciendo utilizando triángulos rectángulos.



Como el cuerpo está en reposo (quieto):

$$\sum F_x = 0 \quad y \quad \sum F_y = 0$$

Antes de plantear dichas ecuaciones, descomponemos las fuerzas que no están actuando en la dirección de los ejes.

$$N_{1x} = N_1 \cdot \text{sen}45^\circ \quad ; \quad N_{1y} = N_1 \cdot \text{cos}45^\circ$$

$$N_{2x} = -N_2 \cdot \text{sen}60^\circ \quad ; \quad N_{2y} = N_2 \cdot \text{cos}60^\circ$$

Ahora estamos en condiciones de plantear la 2° Ley de Newton:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_{1x} - N_{2x} = 0 \rightarrow N_1 \cdot \text{sen}45^\circ - N_2 \text{sen} 60^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_{1y} + N_{2y} - P = 0 \rightarrow N_1 \cdot \text{cos}45^\circ + N_2 \text{cos} 60^\circ - 50N = 0$$

Nos queda resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Lo resolvemos mediante el método de sustitución. De la primera ecuación despejamos unas de las incógnitas y luego la sustituimos en la segunda ecuación y resolvemos:

$$N_1 \cdot \text{sen}45^\circ - N_2 \text{sen} 60^\circ = 0 \rightarrow N_1 \text{sen}45^\circ = N_2 \cdot \text{sen}60^\circ \rightarrow N_1 = \frac{N_2 \cdot \text{sen}60^\circ}{\text{sen}45^\circ}$$

$$N_1 \cdot \text{cos}45^\circ + N_2 \text{cos} 60^\circ - 50N = 0 \rightarrow \frac{N_2 \cdot \text{sen}60^\circ}{\text{sen}45^\circ} \cdot \text{cos}45^\circ + N_2 \cdot \text{cos}60^\circ - 50N = 0$$



Agrupando términos y resolviendo:

$$N_2 = \frac{50N}{\frac{\text{sen}60^\circ \cdot \text{cos}45^\circ}{\text{sen}45^\circ} + \text{cos}60^\circ} = 36,6N$$

$$N_1 = \frac{N_2 \cdot \text{sen}60^\circ}{\text{sen}45^\circ} = 44,8N$$

7B) $T_1 = 136,6N$ $T_2 = 167,3N$

7C) $T_1 = 36,6N$ $T_2 = 44,8N$





5.1 INTRODUCCIÓN

La aplicación de las leyes de Newton exige conocer el valor de la fuerza en cada instante, es decir conocer $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t)$ para poder hallar la aceleración en función del tiempo, $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$. En todos los ejemplos que hemos trabajado hasta ahora sólo consideramos un caso particular de este caso que es $\mathbf{a} = \text{cte.}$

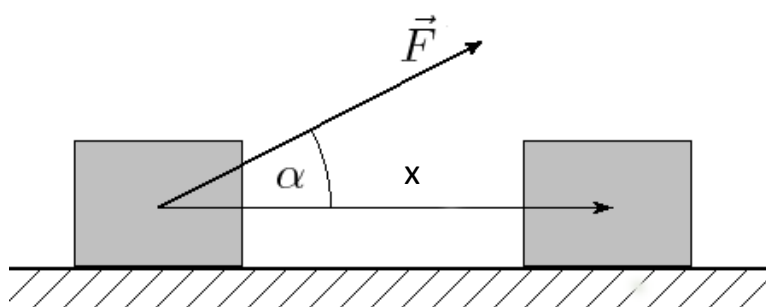
En muchas circunstancias se dispone del valor de la fuerza en función de la posición, es decir $\mathbf{F} = \mathbf{F}(x)$ como es, por ejemplo, el caso del resorte en que el valor de la fuerza aplicada a él es función de su estiramiento. Estos casos no son tan simples de resolver como los que vimos hasta ahora, por tal motivo, y para desarrollar métodos más generales de resolución de situaciones, introduciremos un grupo de conceptos que ampliarán la forma de aplicar las leyes de Newton. Estos conceptos son los del trabajo y energía y veremos como, a través de ellos, adquirimos una visión ampliada de las leyes de Newton.

Es importante destacar que estos conceptos son meramente operatorios, no se incorporan nuevos conceptos físicos que, para este curso, se dan por terminados con las leyes de Newton.

3.1 TRABAJO

Como en el caso de peso y masa la palabra "trabajo" tiene un sentido restringido en el ámbito de la física a diferencia del uso cotidiano. Se llama trabajo en física a una operación que puede realizarse cuando un cuerpo se desplaza y hay fuerzas que intervienen en su movimiento.

Consideremos un cuerpo que experimenta un desplazamiento $\vec{x}$ mientras actúa sobre él una fuerza $\vec{F}$ que forma un ángulo α con el desplazamiento.



Se define el trabajo de la fuerza F como el producto de la fuerza, por el desplazamiento por el coseno del ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento.

$$W_F = F \cdot x \cdot \cos \alpha$$



Vemos, por definición, que el trabajo es una magnitud escalar y que su signo depende sólo del $\cos \alpha$.

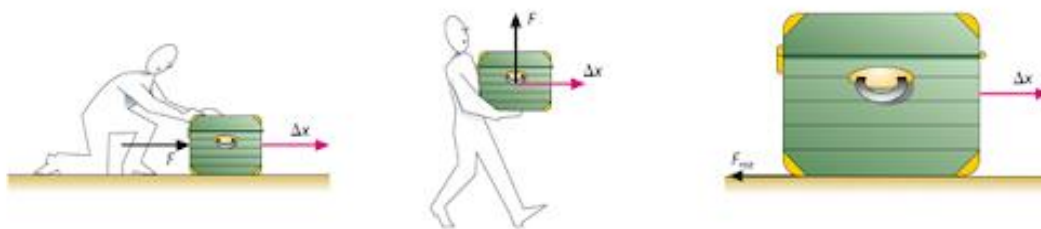
Cuando consideramos el trabajo de una fuerza, no significa que sea la única que actúa sobre un cuerpo, se puede calcular el trabajo de cada una de las fuerzas que actúa sobre un cuerpo, así como el trabajo de la resultante de todas ellas, según sea el caso.

$$W_{Total} = \sum W_i = W_{\Sigma F}$$

- Unidad de W en S.I (Sistema Internacional)

$$[W] = [F] \cdot [d] = N \cdot m = \text{Joule} = J$$

- Algunos casos particulares



$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = F \cdot d$$

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F \cdot d$$

EJEMPLOS

1) Juan y Pedro mueven cajas idénticas a lo largo de distancias iguales en dirección horizontal. Juan resbala la caja (realiza una fuerza paralela a la dirección de movimiento) en una superficie sin rozamiento. Pedro levanta su caja, la carga la distancia requerida y la baja de nuevo ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

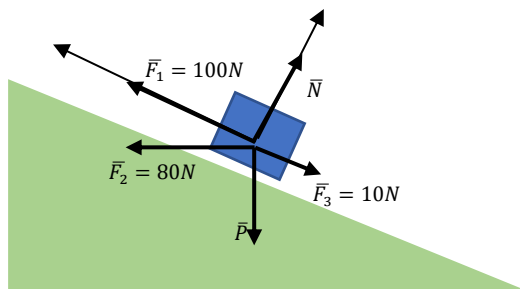
- Juan hace menos trabajo que Pedro.
- Juan hace más trabajo que Pedro.
- Ni Juan ni Pedro hacen trabajo alguno.
- Juan y Pedro hacen el mismo trabajo.
- Ninguna de las respuestas anteriores.

Respuesta correcta la B.



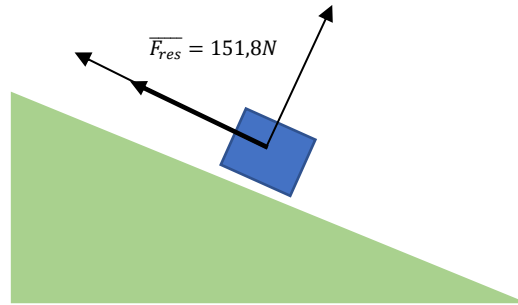
2) Un cuerpo de 4 kg de masa se mueve hacia arriba en un plano inclinado de 20° con respecto a la horizontal. Sobre el cuerpo actúan las siguientes fuerzas: una fuerza horizontal de 80 N, una fuerza paralela al plano de 100 N favoreciendo el movimiento, una fuerza de fricción de 10 N que se opone al movimiento. El cuerpo se traslada 20 m a lo largo del plano inclinado a velocidad constante. Calcular:

- a)
b)



El trabajo de cada fuerza y el trabajo total.

La fuerza resultante y el trabajo de la resultante.



a)

$$4kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 20m \cdot \cos 110^\circ = -268,1J$$

$$W_N = N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$W_P = P \cdot d \cdot \cos 110^\circ = m \cdot g \cdot d \cdot \cos 110^\circ =$$

$$W_{F_1} = F_1 \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 100N \cdot 20m = 2000J$$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot d \cdot \cos 20^\circ = 80N \cdot 20m \cdot \cos 20^\circ = 1503,5J$$

$$W_{F_3} = F_3 \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -10N \cdot 20m = -200J$$

$$W_{total} = W_P + W_N + W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = 3035,4J$$

b) Como el cuerpo no se mueve en la dirección y $\rightarrow \sum F_y = 0$

$$\sum F_x = F_1 + F_2 \cdot \cos 20^\circ - F_3 - P \cdot \sin 20^\circ$$

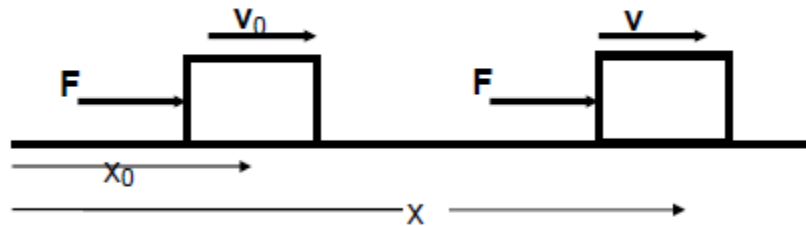
$$\sum F_x = 100N + 80N \cdot \cos 20^\circ - 10N - 4kg \cdot g \cdot \sin 20^\circ = 151,8N$$

$$W_{\sum F} = 151,8N \cdot 20m \cdot \cos 0^\circ = 3035,4J$$



5.3 ENERGÍA CINÉTICA

Consideremos el caso de un móvil que se desplaza sobre un plano horizontal por la acción de fuerzas tales que la resultante de todas las fuerzas actuantes tenga dirección horizontal. De acuerdo a la primera Ley de Newton este cuerpo será acelerado, por lo que pasará de una cierta velocidad v_0 en la posición x_0 a la v en la posición x .



Analicemos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo:



El trabajo de la fuerza resultante es:

$$W_{\text{resultante}} = W_P + W_N + W_F$$

Como W_N (trabajo de la fuerza normal) y W_P (trabajo de la fuerza peso) son ortogonales al movimiento, resulta que el trabajo de la resultante es sólo el de la fuerza $\vec{F}$.

$$W_{\text{resultante}} = W_F = F \cdot (x - x_0) \cos 0^\circ = F \cdot (x - x_0)$$

Del diagrama del cuerpo libre surge:

$$\sum F_x = F = m \cdot a \qquad \sum F_y = N - P = 0$$

Reemplazando $F = m \cdot a$, el trabajo de la resultante es:



$$W_{resultante} = m \cdot a \cdot (x - x_0) = m \cdot a \cdot \Delta x$$

Reemplazando el valor de aceleración por su equivalente obtenido a partir de la cinemática tenemos:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta x}$$

El trabajo de la resultante queda:

$$W_{resultante} = m \cdot a \cdot \Delta x = m \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta x} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = E_c - E_{c0} = \Delta E_c$$

Donde con **E_c** expresamos un nuevo concepto, la **energía cinética**. Este concepto nos indica que el trabajo de la resultante es igual a la diferencia entre las magnitudes de $1/2mv^2$ evaluadas al final y al comienzo de la trayectoria.

¿Cómo debe entenderse esta relación entre trabajo y energía cinética? Si un cuerpo está en movimiento tiene una cierta energía cinética. Una fuerza externa al realizar trabajo sobre, puede aumentar esa energía cinética, si el trabajo es de signo positivo; o disminuirá, si es de signo negativo.

Obsérvese que este resultado tiene en cuenta únicamente los valores inicial y final de la energía cinética no necesitamos conocer los valores de velocidad a lo largo de la trayectoria.

Al igual que el trabajo, la energía cinética se mide en Joules.

EJEMPLOS

- 1) Una muchacha de masa 50kg corre con una velocidad de 3,5 m/s ¿Cuál es su energía cinética?

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 50kg \cdot \left(3,5 \frac{m}{s}\right)^2 = 306,25J$$

- 2) Una caja de 4 kg se levanta desde el reposo una distancia de 3 m mediante una fuerza aplicada hacia arriba de 60 N. Determinar:

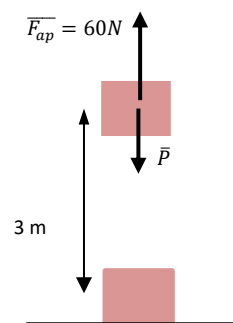
- a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada

$$W_{ap} = F_{ap} \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 60N \cdot 3m = 180J$$

- b) El trabajo realizado por la fuerza peso

$$W_p = P \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -4kg \cdot g \cdot 3m = -117,6J$$

- c) La velocidad final de la caja





$$W_{total} = \Delta E_c$$

$$180J - 117,6J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$62,4J = \frac{1}{2} \cdot 4kg \cdot v^2 \rightarrow v = 5,58 \text{ m/s}$$

5.4 FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

Recordemos un ejemplo del capítulo anterior, el tiro vertical de un proyectil en el vacío. En el instante de partida tiene una velocidad inicial V_0 y en consecuencia una energía cinética inicial $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$. Sabemos que a medida que va subiendo su velocidad va disminuyendo, cuando llega a su altura máxima la velocidad es cero y en consecuencia también lo es la energía cinética final. Sobre la base del teorema del trabajo y la energía cinética que vimos en el punto anterior sabemos que la disminución de la energía cinética se debe a que han obrado fuerzas que han realizado trabajo en contra de la dirección del movimiento frenando, esas fuerzas son las gravitatorias (la fuerza peso).

A partir del punto más alto de su recorrido el móvil comienza a descender por la acción de las fuerzas gravitatorias, ahora el camino recorrido y la fuerza peso coinciden de manera que el trabajo realizado por las fuerzas gravitacionales es positivo. **Si sumamos el total del trabajo realizado por las fuerzas gravitacionales el proceso de ascenso y de descenso el resultado es cero** ya que el valor de la fuerza es siempre el mismo (el peso del cuerpo), la distancia es la misma de subida que de bajada y lo único que cambia es el valor del ángulo (180° en la subida y 0° en la caída).

Cuando sube

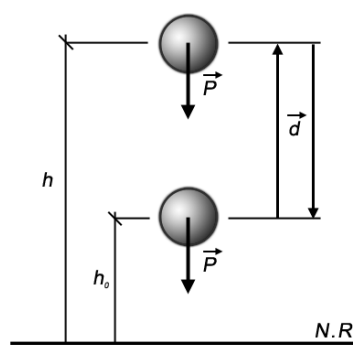
$$W_P = P \cdot (h - h_0) \cdot \cos 180^\circ = -m \cdot g \cdot (h - h_0)$$

Cuando baja

$$W_P = P \cdot (h - h_0) \cdot \cos 0^\circ = m \cdot g \cdot (h - h_0)$$

Entonces

$$W_{P \text{ total}} = -m \cdot g \cdot (h - h_0) + m \cdot g \cdot (h - h_0) = 0$$



Cuando el cuerpo vuelve a la posición de origen la velocidad de llegada es, en módulo, igual a la de partida, con lo que vemos que toda la energía cinética que se perdió en el punto más alto de trayectoria se recuperó cuando el cuerpo vuelve al punto de partida. **Vemos que en este proceso la energía cinética se ha conservado en el camino de ida y vuelta al punto de partida.**



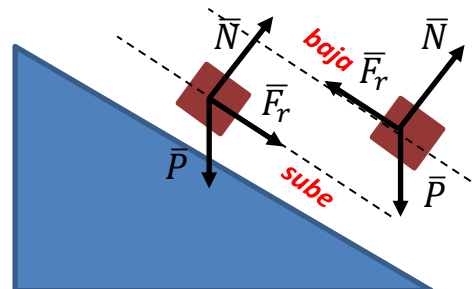
Imaginemos ahora un cuerpo que se puede desplazar sobre un plano inclinado con rozamiento. Desde el punto inferior del plano inclinado lo lanzamos hacia arriba con velocidad V_0 , lo que quiere decir con energía cinética inicial $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$. Mientras el cuerpo sube las fuerzas de roce tienen sentido contrario al movimiento y por lo tanto el trabajo de las mismas es negativo. Cuando el cuerpo baja por el plano inclinado el sentido de las fuerzas de roce es hacia arriba, nuevamente contrario al movimiento siendo el trabajo de las mismas nuevamente negativo. el trabajo total de las fuerzas de roce cuando el cuerpo retorna al punto de partida no es cero. Por otra parte, sabemos de la resolución de problemas anteriores, que la velocidad de llegada a la base del plano inclinado no es la misma que la de partida por lo tanto la energía cinética no se ha conservado en el proceso de ida y vuelta al punto de partida.

$$W_{Fr\ sube} = F_r \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F_r \cdot d$$

$$W_{Fr\ baja} = F_r \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F_r \cdot d$$

$$W_{Fr\ TOTAL} = W_{Fr\ sube} + W_{Fr\ baja} = -F_r \cdot d - F_r \cdot d$$

$$W_{Fr\ TOTAL} = -2 \cdot F_r \cdot d$$



En el primer caso en que se conserva el valor de la energía cinética al final del recorrido de ida y vuelta decimos que las fuerzas que han intervenido son **conservativas**, en cambio en el segundo caso, en que la energía cinética no se ha conservado, aunque también haya sido un proceso de ida y vuelta, decimos que las fuerzas que han intervenido son **no conservativas**.

Las fuerzas gravitacionales son un ejemplo clásico de fuerzas conservativas (pero no las únicas) y las fuerzas de roce lo son de no conservativas. Como en la naturaleza es muy difícil encontrar ejemplos de procesos en los que no existan fuerzas de roce la gran mayoría de los procesos son no conservativos.

Profundizando más el análisis del cuerpo que se mueve sobre el plano inclinado obsérvese que cuánto más recorre sobre el plano mayor será el trabajo de las fuerzas no conservativas. Es que el trabajo de las fuerzas no conservativas o disipativas depende del camino recorrido.

Otra manera de expresar lo mismo y definir a las fuerzas conservativas es:

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo hecho por ella al recorrer una trayectoria cerrada es cero.



Recíprocamente una fuerza es no conservativa cuando:

Una fuerza es no conservativa cuando el trabajo hecho por ella a recorrer una trayectoria cerrada es distinto de cero.

5.5 ENERGÍA POTENCIAL

Volvamos a analizar el caso del móvil arrojado hacia arriba con velocidad inicial V_0 , cuando llega al punto más alto de la trayectoria la velocidad es cero y en consecuencia la energía cinética también, pero cuando vuelve al punto de partida recupera toda su energía. Las preguntas que se nos ocurren son entonces, ¿dónde estuvo?, ¿en qué se transformó la energía cinética?, ¿por qué reaparece luego?

Vamos a asignar a la posición que tiene un móvil, una energía de posición de manera que cuánto más alto se encuentre mayor sea esa energía. A esa energía la llamaremos **energía potencial** así a medida que la energía cinética va disminuyendo la potencial va aumentando

Si con E_p simbolizamos la energía potencial y decimos que el incremento de esta se hace a costa de la energía cinética tenemos que toda variación de una es igual a menos la variación de la otra, en símbolos:

$$\Delta E_C = -\Delta E_P$$

Pero de lo que vimos antes, la variación de energía cinética es igual al trabajo de las fuerzas exteriores:

$$\Delta E_C = W = F \cdot \Delta x$$

En nuestro caso $F = -m \cdot g$ por tratarse de la fuerza peso que en un sistema de coordenadas convencional aparece negativo y el desplazamiento del cuerpo podemos expresarlo, por ser vertical, como $\Delta y = y - y_0$ donde y indica la altura máxima alcanzada por el móvil e y_0 la posición de partida

Reemplazando tenemos:

$$\Delta E_P = -\Delta E_C = -W = -F \cdot \Delta y = -(-m \cdot g)(y - y_0) = m \cdot g \cdot (y - y_0)$$

De manera que podremos asignar una energía potencial a cada posición ya que si

$$\Delta E_P = E_P - E_{P0} = m \cdot g \cdot (y - y_0) = m \cdot g \cdot y - m \cdot g \cdot y_0$$

El valor de la energía potencial gravitatoria aparece vinculado a sistema de referencia, así, si en el ejemplo anterior aumentamos los valores de y_0 y, naturalmente de y en igual valor la energía potencial

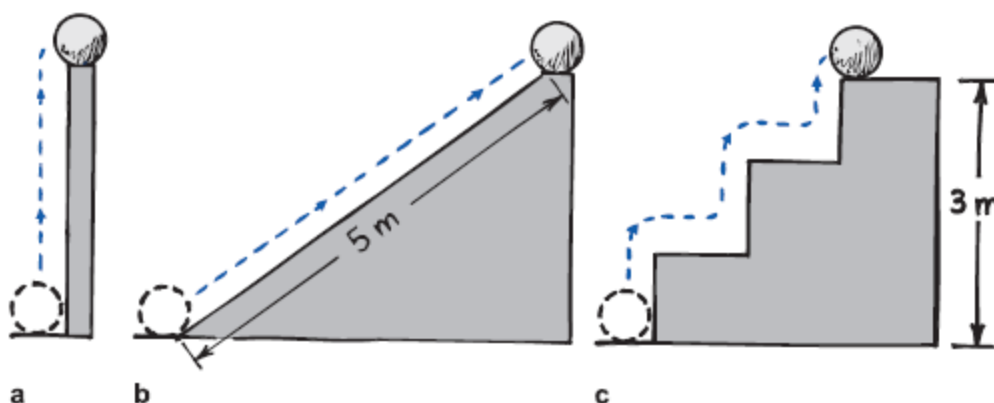


de la partícula se ve incrementada, pero lo que importa para nuestro trabajo es ΔE_p que permanece invariable frente a los diferentes sistemas de referencia.

La unidad de E_p en S.I (Sistema Internacional) es el Joule.

EJEMPLOS

1) La energía potencial gravitatoria de la esfera de 10 N de la figura es igual a 30J en los tres casos, porque el trabajo que se efectúa para subirla 3 m es el mismo independientemente del camino recorrido para subirla.



2) Un cuerpo de masa m se encuentra a una altura h_1 sobre la superficie de una mesa. La superficie de la mesa se encuentra a una altura h_2 sobre el piso. Una persona dice que la E_{pg} del cuerpo es mgh_1 y otra dice que es $m.g.(h_1 + h_2)$ ¿Quién tiene razón?

Respuesta: Ambos

5.6 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA DE LA PARTÍCULA

Cuando las fuerzas que actúan sobre una partícula que se mueve desde un punto a otro son conservativas se encuentra que en todo instante la suma de las energías potencial y cinética de la partícula permanece constante como lo demostraremos ahora, a partir de:

$$\Delta E_C = -\Delta E_P$$

$$\text{Como } \Delta E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad y \quad \Delta E_P = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h_0$$

Reemplazando resulta:



$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -(m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h_0)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot h_0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_0 = E$$

Con **E** expresamos una nueva magnitud que llamamos **energía mecánica total** y que es constante en todos los sistemas en que **sólo actúen fuerzas conservativas**. En muchos casos esta ecuación se usa cuando la acción de las fuerzas no conservativas es despreciable frente a la de las fuerzas conservativas, un ejemplo de esto es el de despreciar el rozamiento con el aire en una caída libre.

Otra manera de expresar el hecho que el sistema se encuentra sometido a fuerzas conservativas es decir que la energía mecánica total de la partícula se conserva, entonces $\Delta E = 0$.

5.7 FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Consideremos el caso de una partícula que se mueve sometida a la acción de varias fuerzas de distinto tipo; fuerzas conservativas, fuerzas no conservativas y fuerzas de vínculo, la resultante de las fuerzas será la suma vectorial de cada una de ellas

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{vinculo} + \sum \vec{F}_{cons} + \sum \vec{F}_{no\ cons}$$

En consecuencia, el trabajo de la resultante, será igual a la suma de cada uno de los trabajos parciales.

$$W = W_{vinculo} + W_{cons} + W_{no\ cons}$$

Pero:

- el trabajo de las fuerzas normales (W_{VINC}) es siempre cero porque son ortogonales a la trayectoria $W_{vinculo} = 0$
- el trabajo de las fuerzas conservativas (W_{CONS}) es igual a menos la variación de energía potencial $W_{cons} = -\Delta E_P$
- el trabajo de la resultante es igual a la variación de la energía cinética $W = \Delta E_C$

Quedando:

$$\Delta E_C = W_{no\ cons} - \Delta E_P$$

De donde:



$$W_{no\ cons} = \Delta E_C + \Delta E_P = \Delta E$$

O sea que el trabajo de las fuerzas no conservativas es igual a la variación de la energía mecánica. Dicho de otra forma:

$$E_{final} = E_{inical} + W_{no\ cons}$$

Así evaluando el trabajo de las fuerzas no conservativas podemos obtener la variación de energía mecánica total o evaluando la variación de energía mecánica podemos obtener el trabajo de las fuerzas no conservativas.

El hecho que la energía mecánica total no se conserve no significa que no se conserve la energía lo que ocurre es que las fuerzas no conservativas convierten la energía mecánica en calor, que es otra forma de energía; así el familiar proceso de fricción para pulir un objeto es seguido de su elevación de temperatura.

5.8 POTENCIA

Si consideramos el tiempo en que se ha realizado un determinado trabajo, por ejemplo, el trabajo para elevar un bloque de masa m una determinada altura puede realizarse en un segundo o en un año. El valor del trabajo en cada uno de los casos indicados es el mismo, pero a los fines prácticos el resultado puede no ser igual, particularmente en aquellos casos en que interesa el tiempo demorado. Para considerar el tiempo en este proceso definimos potencia media como el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado en realizar el mismo.

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x \cdot \cos\theta}{\Delta t}$$

Como: $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_m$

$$P_{med} = F \cdot v_m \cdot \cos\theta$$

Las unidades en que indica son Joule/ seg = Watt o en el caso de sistema cgs resulta erg/seg, en este último caso esta unidad carece de nombre particular.

Importa destacar que por razones históricas existen dos unidades de uso práctico que son el caballo vapor (CV) y el horse power (HP) cuyos valores son

1 CV = 746 watt

1 HP = 735 watt



EJEMPLO

Un cuerpo de 4 kg es elevado por una fuerza igual al peso del cuerpo. El cuerpo se mueve hacia arriba con velocidad constante de 2 m/s. Calcula la potencia de la fuerza y el trabajo que realiza la fuerza en 3 segundos.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = F \cdot v = P \cdot v = m \cdot g \cdot v = 4kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 2 \frac{m}{s} = 78,4W$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = 78,4W \quad \rightarrow \quad W = 78,4W \cdot 3seg = 235,2J$$



5.9 PREGUNTAS

1. ¿El trabajo es siempre una magnitud positiva?
2. Si varias fuerzas actúan sobre una partícula ¿el trabajo neto realizado por todas ellas es el mismo que el realizado por la resultante?
2. La energía cinética de un cuerpo depende del sistema de referencia.
3. El trabajo neto hecho por la fuerza resultante es siempre igual al cambio de energía cinética. ¿Puede ocurrir que el trabajo realizado por una sola de las fuerzas sea mayor que la variación de energía cinética? Explique.
4. La fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo no realiza ningún trabajo. ¿Puede el cuerpo estar moviéndose sobre una línea recta? ¿Sobre un círculo? Explique su respuesta en cada caso.
5. El trabajo necesario para aventar un cuerpo hasta una mesa ¿depende de lo rápido que se la sube?
6. Un individuo rema en un río a contracorriente y se mantiene siempre en el mismo sitio respecto de la orilla. ¿Realiza trabajo? ¿Es, en este caso, igual a la variación de energía cinética? Explique claramente las respuestas.
7. ¿Quién hace el trabajo, el martillo o el clavo? ¿El tenista o la pelota? ¿La pólvora o la bala?. Explique claramente las respuestas.
8. Especifique si la energía cinética es escalar o vectorial.
9. ¿Cuándo una fuerza es conservativa?
10. Si usted lleva con su mano su lapicera hasta el suelo y la vuelve a la posición de partida. ¿El trabajo mecánico que se realiza es nulo?, explique la respuesta.
11. Juan y Pedro mueven cajas idénticas a lo largo de distancias iguales en dirección horizontal. Juan resbala la caja en una superficie sin rozamiento, Pedro levanta su caja, la carga la distancia requerida y la baja de nuevo.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
 - a. Juan hace menos trabajo que Pedro.
 - b. Juan hace más trabajo que Pedro.
 - c. Ni Juan ni Pedro hacen trabajo alguno.
 - d. La cantidad del trabajo que hace cada uno depende del tiempo que tomaron.
 - e. Ninguna de las respuesta anteriores.



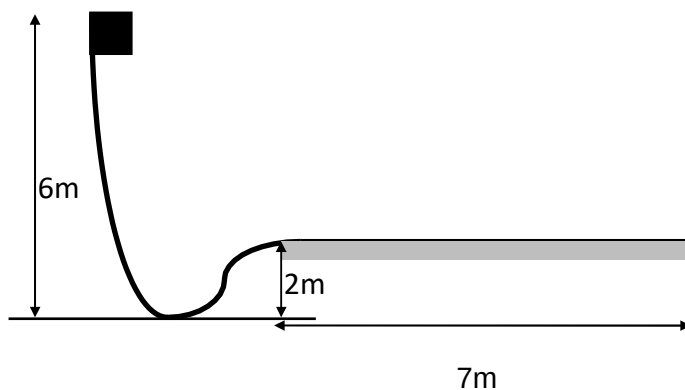
12. Cuando sostenemos una valija pesada en la mano aunque estemos en reposo luego de un rato nos sentimos cansados y hasta con dolor en el brazo ¿por qué, si no se realiza trabajo?. De igual forma, cuando caminamos con la valija pesada la fuerza que nosotros hacemos es hacia arriba y el camino horizontal, por ser ortogonales el trabajo es cero e igual nos cansamos. ¿por qué?. Tampoco hacemos trabajo cuando caminamos por un camino horizontal y después de varias horas también nos cansamos ¿por qué?,
13. La energía potencial de una partícula de masa m cambia en -6 J . Se concluye que el trabajo hecho por la fuerza gravitacional sobre la partícula es:
- 6 J y la partícula aumentó su altura.
 - -6 J y la partícula disminuyó su altura.
 - 6 J y la partícula disminuyó su altura.
 - -6 J y la partícula aumentó su altura.
14. La fricción, ¿es una fuerza conservativa? ¿por qué?.
15. ¿Es el valor de la energía potencial indeterminado?, ¿por qué?.
16. Discuta las ventajas y desventajas de resolver problemas mecánicos mediante el método de la energía en comparación del uso directo de las leyes de Newton.
17. Las carreteras de montaña no van directo a la cumbre sino que la van rodeando de a poco. Explique por qué se hace así.
18. Una variación en la energía mecánica de la partícula ¿puede siempre explicarse por la aparición o desaparición de energía en algún otro lugar o en otra forma de energía?.
19. Los cables de un ascensor lo levantan con velocidad constante, el trabajo total realizado sobre el ascensor es ¿positivo?, ¿negativo? o nulo.
20. Un automóvil acelera, sobre una carretera horizontal, desde una velocidad inicial, hasta una final mayor mientras el motor desarrolla una potencia constante, ¿es mayor la aceleración al comienzo o al final de proceso?.



5.10 PROBLEMAS

1. Una fuerza constante de 10 N actúa en la dirección x sobre una masa de 10 kg. Si la masa parte del reposo en $x = 0$ para $t = 0$ determine la velocidad v y la posición x en función del tiempo empleando los conceptos del trabajo y energía.
2. Se arroja un bloque a lo largo de una superficie horizontal con una velocidad inicial de 10 m/s. el coeficiente de roce entre el bloque y la superficie es de 0.2. Determine a distancia que recorrerá el bloque antes de detenerse.
3. Se lanza verticalmente un proyectil con una velocidad inicial v_0 . Calcule y grafique la velocidad del proyectil en función de la altura. Indique la altura máxima que alcanza. Resuelva el problema empleando los conceptos de trabajo y energía.

4. Un cuerpo cae por un plano inclinado sin rozamiento, desde 6m de altura como indica la figura, al llegar al plano horizontal que se encuentra a 2m sobre elevado y tiene con él un coeficiente de rozamiento μ desconocido, avanza 7m hasta detenerse. Si la masa del cuerpo es de 3 kg. determine el



valor de μ .

5. Un trineo de 20 kg de masa se desliza colina abajo, empezando a una altura de 2 m. El trineo parte del reposo y tiene una velocidad de 16 m/s al llegar a final de la pendiente. Calcule la pérdida de energía debida al frotamiento.
6. Una máquina posee una potencia de 400 HP. ¿Qué trabajo realiza en un minuto? Exprésalo en J y en Kwh.
7. Un cable remolcador debe elevar por una pendiente un trineo de 750 kg con 80 pasajeros cada uno de los cuales tiene una masa de 80 kg. Si el coeficiente de rozamiento entre el trineo y la nieve es de 0.25, la pendiente es de 37° y debe ascender con una velocidad de 8 km/h determine la potencia requerida para accionarlo.

