Instituto Politécnico

Universidad Nacional de Rosario

CAPÍTULO 4

INGRESO 2021

FÍSICA

Balbi, Marcela
Pricco, Flavio

Depto. De Física

Masterización: RECURSOS PEDAGOGICOS

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo veremos como se aplican las Leyes de Newton y las de la cinemática estudiadas en los capítulos anteriores a casos particulares. En este capítulo no se desarrollarán nuevos conceptos de física. Lo que se hará será sólo ver aplicaciones de los conceptos ya estudiados, pero no debe verse como una "ejercitación". Estudiar como se aplican los conceptos que se comenzaron a aprender en los capítulos anteriores brinda una ampliación de los conceptos ya que estos no se "aprenden" se "comprenden" a través de su aplicación.

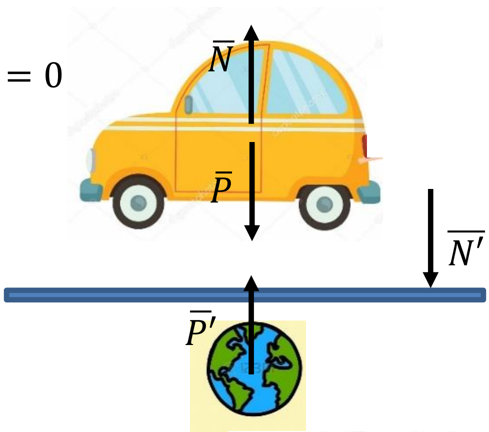
4.2 ROZAMIENTO

Entre las fuerzas que deberemos considerar está la fuerza de rozamiento entre dos cuerpos. Cuando tenemos dos cuerpos, por ejemplo, un auto apoyado sobre el suelo, por lo que vimos antes sobre el auto actúan dos fuerzas:

- una acción a distancia que es la fuerza gravitatoria de atracción ejercida por la Tierra sobre el auto
- fuerza de contacto que hace el suelo sobre el auto y que siempre actúa normal al plano de separación de ambas superficies.

Si aplicamos la Segunda Ley de Newton, sabiendo que están en reposo y, en consecuencia, a = 0 resulta:

$$\sum \overline{F} = \overline{N} + \overline{P} = 0$$

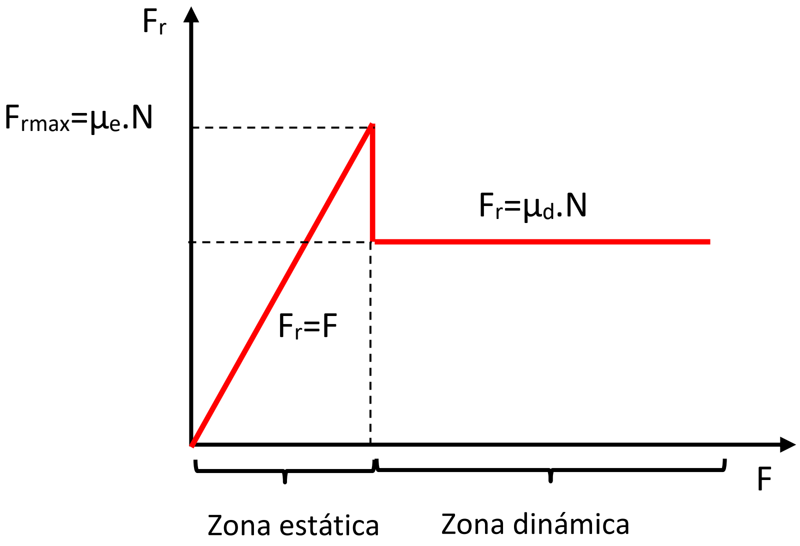


En estas condiciones el sistema permanecerá en reposo, pero, ¿qué ocurre si aplicamos una pequeña fuerza lateral $\overline{F}$ al auto? Cuando intentamos mover un auto, al principio uno realiza fuerza sobre el mismo, pero el auto no se mueve.

La experiencia nos indica que siempre encontraremos una fuerza lo suficientemente pequeña para que el cuerpo no se mueva, y esto parecería contradecir la primera Ley de Newton, para que esto no ocurra el suelo debe ejercer sobre el auto una fuerza lateral, igual y opuesta a la fuerza F que nosotros estamos aplicando.

Esta fuerza $\overline{F_r}$ la llamaremos ***fuerza de roce*** y la podemos explicar por las pequeñas (o grandes, según sea el caso) imperfecciones que poseen ambas superficies.

Si se incrementa el valor de $\overline{F}$ desde cero vemos que el valor de $\overline{F_r}$ es igual y opuesto a $\overline{F}$ hasta llegar a un valor máximo de $\overline{F_r}$ que llamamos $\overline{F_{max}}$y que es el valor de la fuerza de roce a partir de la cual si incrementamos el valor de $\overline{F}$ el cuerpo se comienza a mover. Cuando el cuerpo se comienza a deslizar el valor de $\overline{F_r}$ disminuye un poco, por esta razón se habla de dos tipos de fuerza de roce, la fuerza de roce estática y la fuerza de roce cinética o dinámica.



De lo anterior surge que el valor de la fuerza de roce es siempre menor o igual al valor de la fuerza que tiende a desplazar al cuerpo.

$$\boldsymbol{F_r \leq F}$$

El valor de la fuerza de roce depende de dos condiciones:

1. El estado de las superficies de contacto, estado de pulimento, lubricación entre las mismas, etc.
2. La fuerza de contacto entre las superficies.

A partir de las dos condiciones mencionadas se puede establecer una relación entre la fuerza de rozamiento máxima y la fuerza de contacto hallando un coeficiente, llamado coeficiente de roce estático o dinámico según sea el caso, así tenemos:

$$F_{rmax} = \mu_e . N$$

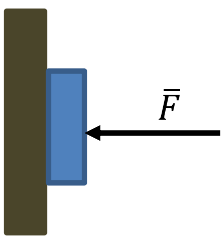
$$F_r = \mu_d . N$$

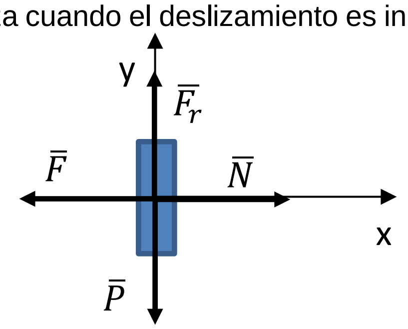
Estas dos ecuaciones no son ecuaciones vectoriales, ya que siempre la fuerza de roce será ortogonal a la fuerza de contacto entre los cuerpos, lo que estas ecuaciones establecen es una relación de proporcionalidad entre los módulos de las fuerzas actuantes.

Es muy importante estar conscientes que si el valor de la fuerza aplicada es menor que la fuerza de roce máxima el valor de la fuerza de roce es igual a la fuerza aplicada.

EJEMPLO: Se empuja con una fuerza horizontal un libro de 5kg de masa contra una pared. La fuerza aplicada sobre el libro es de 200N, de manera que el libro no desliza por la pared. El coeficiente de fricción estática entre el libro y la pared es μ=0,3.

a) Determine la magnitud de la fuerza normal que la pared ejerce sobre el libro.
b) Determine la magnitud de la fuerza de fricción estática que se ejerce sobre el libro.
c) Si la magnitud de la fuerza de fricción que se ejerce sobre el libro disminuye, hasta que el libro está a punto de deslizar, ¿cuál es la magnitud de la fuerza cuando el deslizamiento es inminente?





Como primer paso realizamos el diagrama de cuerpo libre del libro. El cuerpo si desliza lo hace hacia abajo, por lo tanto, la fuerza de roce al ser opuesta al movimiento es hacia arriba.

Como el cuerpo está quieto, no se mueve.

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad N - F = 0 \quad \rightarrow \quad N = F = 200N$$

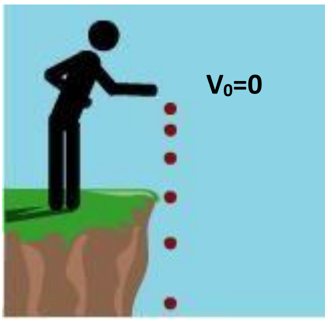
$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F_r - P = 0 \quad \rightarrow \quad F_r = P = m.g = 5kg.9{,}8\frac{m}{s^2} = 49N$$

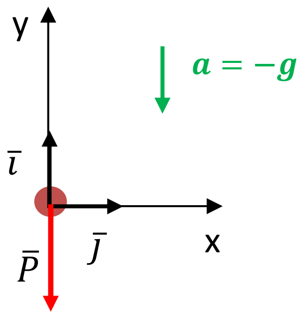
$$F_r = \mu.N \quad \rightarrow \quad N = \frac{F_r}{\mu} = \frac{49N}{0{,}3} = 163{,}3N \quad como \; F = N = 163{,}3N$$

4.3 CAIDA LIBRE

Llamaremos cuerpos en caída libre a un modelo de trabajo en el que los cuerpos se dejan caer con velocidad inicial cero bajo la acción de la fuerza de atracción gravitatoria terrestre y con la condición adicional que las fuerzas de rozamiento con el aire sean despreciables. Por esta última razón este modelo se suele llamar caída en el vacío.

Imaginemos un cuerpo de masa m que se libera con velocidad inicial cero. Si se realiza el diagrama de cuerpo libre mientras está en caída la única fuerza actuante sobre la misma es el peso P = mg,





$$\sum \bar{F} = m.\bar{a} \Rightarrow -P = m.a \quad \rightarrow -m.g = m.a \quad \rightarrow \quad a = -g$$

A partir de saber la velocidad inicial y la aceleración a que se encuentra sometido el cuerpo, encontrar la posición y la velocidad en función del tiempo es sencillo.

Consideremos un sistema de coordenadas convencional y que en el tiempo t=0 el cuerpo se encuentra en x = 0 e y = 0 para estas condiciones los datos del problema aparecen como $\mathbf{v}_0 = 0$, $\mathbf{a}_y = -g\ \mathbf{j}$ donde con j designamos el versor correspondiente al sentido positivo de las y.

Así, las ecuaciones de posición quedan:

$$x = x_0 + v_{0x}.t = \quad pues\ \ x_0 = 0\ y\ v_{0x} = 0$$

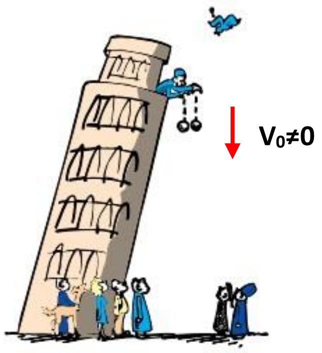
$$y = y_0 + v_{0y}.t + \frac{1}{2}.a.t^2 = -\frac{1}{2}.g.t^2 \quad pues\ y_0 = 0\ ;\ v_{0y} = 0\ \ y\ a = -g$$

Y las ecuaciones de velocidad en función del tiempo quedan:

$$v_x = 0\ pues\ v_{ox} = 0$$

$$v_y = v_{oy} + a.t = -g.t \quad pues\ v_{0y} = 0\ y\ a = -g$$

¿Qué se modificaría si la velocidad inicial es distinta de cero? O sea, $v_0 \neq 0$



En cualquier momento mientras el cuerpo cae, la única fuerza actuando sigue siendo el peso, por lo tanto, al plantear la sumatoria de fuerzas:

$\sum \bar{F} = m.\bar{a} \Rightarrow -P = m.a \quad \rightarrow -m.g = m.a \quad \rightarrow \quad a = -g$ el cuerpo desciende con la misma aceleración

Lo único que se ve afectado son las ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo, quedando:

$$x = x_0 + v_{0x}.t = 0 \quad pues \ x_0 = 0 \ y \ v_{0x} = 0$$

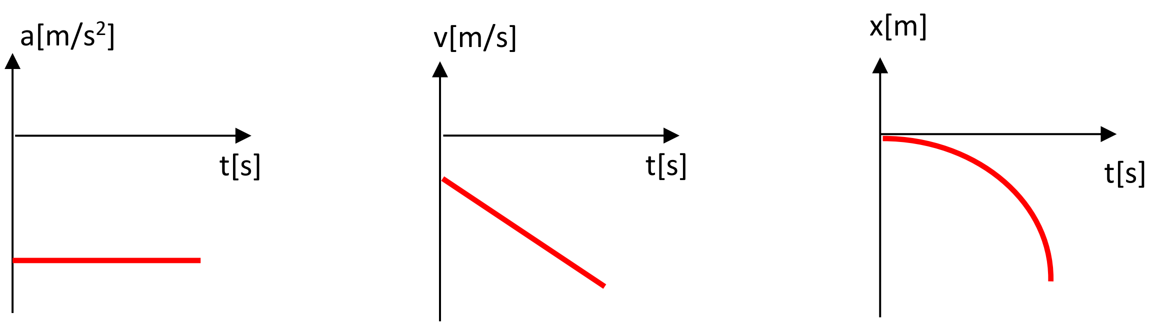
$$y = y_0 + v_{0y}.t + \frac{1}{2}.a.t^2 = -v_{oy}.t - \frac{1}{2}.g.t^2 \quad pues \ y_0 = 0 \ ; \ v_{0y} = -v_{oy} \ \ y \ a = -g$$

Y las ecuaciones de velocidad en función del tiempo quedan:

$$v_x = 0 \ pues \ v_{ox} = 0$$

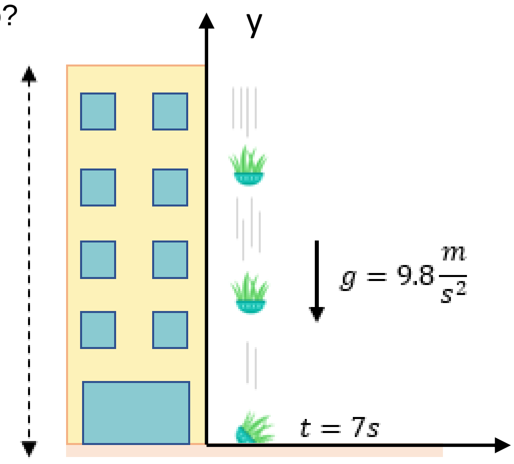
$$v_y = v_{oy} + a.t = -v_{oy}.t - g.t \quad pues \ v_{0y} = -v_{oy} \ y \ a = -g$$

Las gráficas de aceleración, velocidad y posición en función del tiempo son las siguientes:



EJEMPLO

Desde un edificio se cae una maceta que tarda 7 segundos en llegar al piso. ¿Con qué velocidad impacta la maceta contra el piso? ¿Cuál es la altura del edificio?



La única fuerza que actúa sobre la maceta es el peso, por lo tanto, ésta desciende con una aceleración:

$$\sum \bar{F} = m.\bar{a} \Rightarrow -P = m.a \rightarrow -m.g = m.a \rightarrow a = -g$$

$$a = -9{,}8\frac{m}{s^2}$$

La maceta cae con dicha aceleración constante, por lo tanto, nos encontramos frente a un problema MRUV.

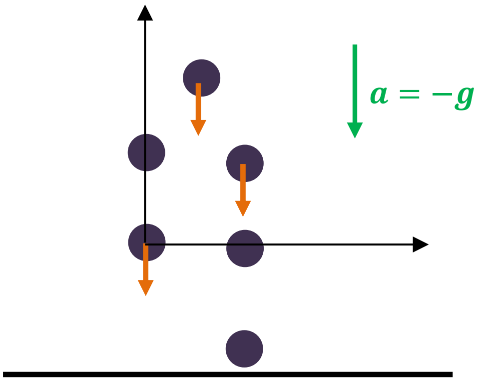
Datos: $v_0 = 0$ $\quad t = 7seg$ $\quad a = -9{,}8\frac{m}{s^2}$

$$v = v_0 + a.t = 0 - 9{,}8\frac{m}{s^2}.7s = 68{,}6\,m/s$$

$$x = x_0 + v_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = x_0 + 0 + \frac{1}{2}.\left(-9{,}8\frac{m}{s^2}\right).(7s)^2 \quad \rightarrow \quad x_0 = -\frac{1}{2}.\left(-9{,}8\frac{m}{s^2}\right).(7s)^2 = 240{,}1m$$

4.4 TIRO VERTICAL

En el tiro vertical, un objeto es lanzado hacia arriba desde una cierta altura H con una cierta velocidad inicial. Analizando el movimiento, sabemos que el objeto llegará hasta cierta altura donde su velocidad se hará cero y luego comenzará a descender. La única fuerza que actúa en todo momento es el peso.



Consideremos nuestro eje y positivo hacia arriba, planteamos la 2° Ley de Newton,

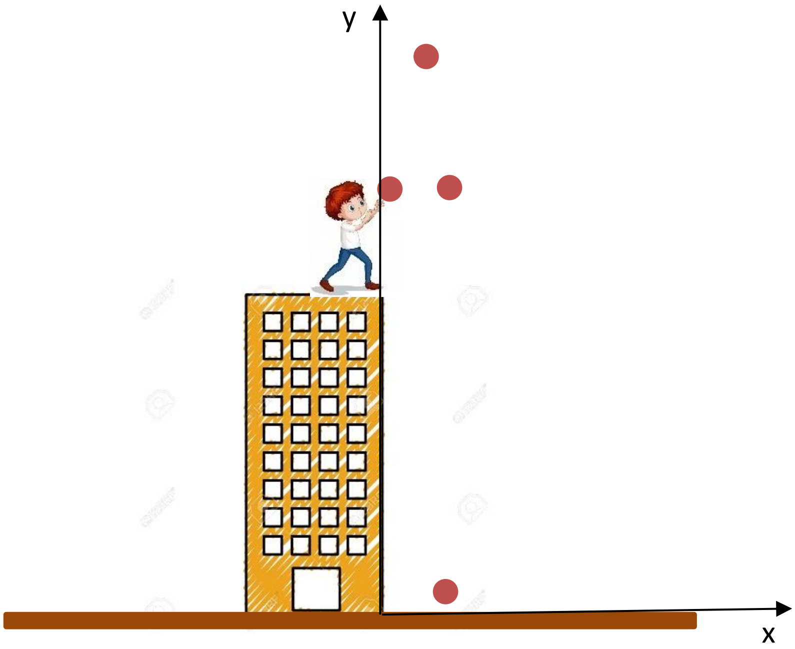
$$\sum \bar{F} = m.\bar{a} \Rightarrow -P = m.a \quad \rightarrow -m.g = m.a \quad \rightarrow \quad a = -g$$

El cuerpo sube con una velocidad inicial, disminuyendo la misma hasta hacerse cero y luego cae aumentando la velocidad.

Consideremos el **siguiente ejemplo**:

Se lanza una piedra desde la terraza de un edificio de 50 m de alto con una velocidad inicial de 20 m/s en línea recta y hacia arriba. Calcula:

a) El tiempo necesario para que la piedra alcance su altura máxima.
b) La altura máxima.
c) El tiempo necesario para que la piedra regrese a la terraza del edificio.
d) La velocidad de la piedra en ese instante.
f) Representa gráficamente a = f(t), v = f(t), y = f(t) para el vuelo completo hasta que la piedra llega al suelo.



Para el sistema de referencia adoptado y sabiendo que solamente hay movimiento en la dirección del eje *y*, planteamos las ecuaciones correspondientes al MRUV con *a* = -*g*.

Datos:

$$a = -g = -9{,}8\frac{m}{s^2} \quad ; \quad v_o = 20\frac{m}{s} \quad ; \quad y_0 = 50m$$

a) En el instante que la piedra alcanza la ***altura máxima, la velocidad es cero:*** $\boldsymbol{y_{max}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v = 0}$

$$v = v_0 + a.t \quad \rightarrow \quad 0 = 20\frac{m}{s} - 9{,}8\frac{m}{s^2}.t \quad \rightarrow \quad t = \frac{20\frac{m}{s}}{9{,}8\ \frac{m}{s^2}} = 2{,}04\ s$$

b) $v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta y \quad \rightarrow \quad 0 = (20\ m/s)^2 - 2.9{,}8\frac{m}{s^2}.\Delta y \quad \rightarrow \quad \Delta y = \frac{\left(20\frac{m}{s}\right)^2}{2.9{,}8\frac{m}{s^2}} = 20{,}4\ m$

$$y_{max} = 50\ m + 20{,}4\ m = 70{,}4\ m$$

c) Si lo que subió la piedra desde el lanzamiento hasta la altura máxima fue Δy = 20,4m, desde la altura máxima debe bajar esa misma distancia. Tomando como punto inicial el de altura máxima,

$$y = y_0 + v_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2 \rightarrow \quad 50\ m = 70{,}4\ m + 0 - \frac{1}{2}.9{,}8\frac{m}{s^2}.t^2 \quad \rightarrow t = \sqrt{\frac{50m - 70{,}4m}{-\frac{1}{2}.9{,}8\frac{m}{s^2}}} = 2{,}04\ s$$

Por lo tanto, el tiempo que tarda la piedra en pasar por el mismo punto que se tiró es de:

$t = 2{,}04s + 2{,}04s = 4{,}08s$

d) $v = v_0 + a.t = 20\frac{m}{s} - 9{,}8\frac{m}{s^2}.4{,}08s = -20m/s$

De los puntos c y d) se puede concluir que en un tiro vertical:

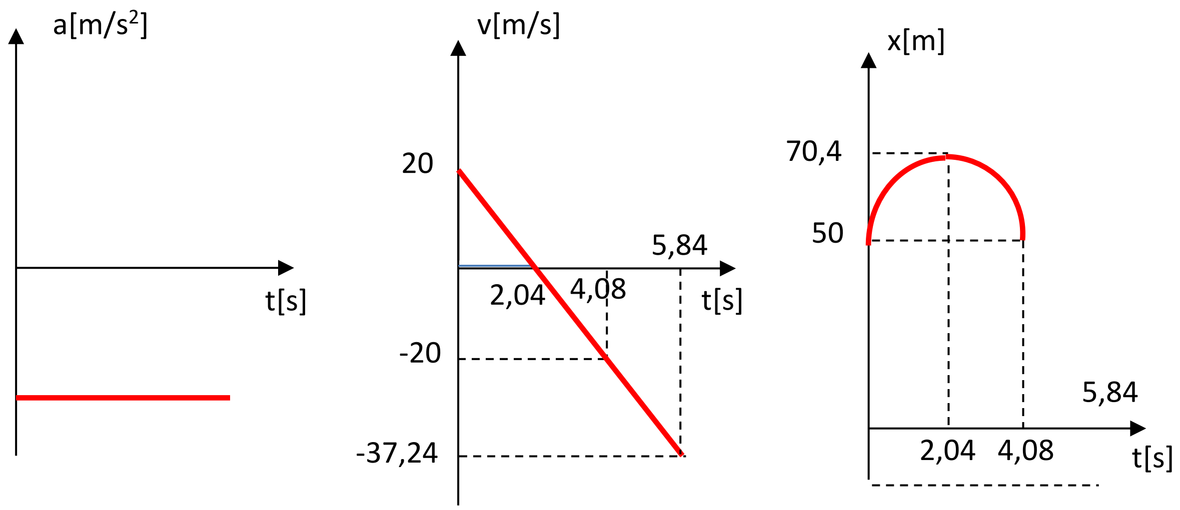
- El tiempo que tarda en subir el cuerpo hasta la altura máxima desde un punto inicial es el mismo tiempo que le llevará descender desde el punto de altura máxima hasta el punto inicial.
- La velocidad del cuerpo en un punto, cuando está subiendo o bajando, en módulo es la misma, cambia solamente el sentido.

e) Para realizar las gráficas nos falta calcular el tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo y la velocidad:

$$y = y_0 + v_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2 \rightarrow \ 0m = 70{,}4\,m + 0 - \frac{1}{2}.9{,}8\frac{m}{s^2}.t^2 \ \rightarrow t = \sqrt{\frac{-70{,}4m}{-\frac{1}{2}.9{,}8\frac{m}{s^2}}} = 3{,}8\,s$$

Tiempo total de vuelo de la piedra = 2,04s + 3,8s = 5,84s

$v = v_0 + a.t = 0 - 9{,}8\frac{m}{s^2}.3{,}8s = -37{,}24m/s$



4.5 ESTÁTICA

Un caso particularmente interesante de las aplicaciones de las Leyes de Newton lo constituye la estática, que es la parte de mecánica destinada al estudio de los cuerpos que permanecen en reposo. Todos los cuerpos que se encuentran dentro del campo gravitatorio terrestre están sometidos a las fuerzas gravitatorias por lo que sí se encuentran en reposo existen otras fuerzas que equilibran las gravitatorias. Estas fuerzas son provistas a los cuerpos por los vínculos, un ejemplo de esto lo tenemos cuando un cuerpo en reposo se encuentra sobre una mesa, ésta es el vínculo que limita su desplazamiento vertical.

En general diremos que vínculo es todo aquello que limita el movimiento de los cuerpos y nuestra tarea es calcular la fuerza que hacen los vínculos para sostener a los cuerpos.

Para resolver las reacciones de vínculo (fuerzas que hacen los vínculos en reacción a las acciones que hacen los cuerpos sobre ellos) en el caso de cuerpos puntuales basta aplicar las leyes de Newton sabiendo que en la condición de reposo la aceleración vale cero, por lo que:

$$\sum \bar{F} = 0$$

Realizando el diagrama de cuerpo libre y aplicando la ecuación vectorial anterior se obtiene el valor de las reacciones de vínculo.

La ecuación anterior es suficiente si se trata de casos que pueden ser reducidos a partículas, esto ocurre cuando, aunque el cuerpo sea extenso, las fuerzas que actúan sobre ,l son concurrentes. Si el sistema de fuerzas no es concurrente se debe agregar a la ecuación anterior otras como se verá en cursos superiores.

4.6 PREGUNTAS

1. A causa de la resistencia del aire, dos objetos de masa desigual no caen exactamente con la misma velocidad. Si dos cuerpos de idéntica forma, pero de masa distinta, se sueltan simultáneamente desde la misma altura, ¿cuál llegar primero al suelo?

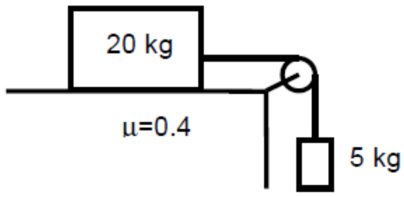
2. Sean dos cuerpos de pesos 1 N y 2 N en caída libre. ¿Por qué caen con la misma aceleración si están sometidos a fuerzas distintas?

3. Cuando se acelera un automóvil partiendo del reposo ¿dónde se encuentra la fuerza aplicada al mismo que le comunica su aceleración? ¿Qué otro cuerpo ejerce esta fuerza?

4. Un bloque de masa m resbala por un plano inclinado un ángulo φ con velocidad constante. Se sabe que existe roce, en consecuencia, se concluye que el coeficiente de roce cinético entre el bloque y el plano es:

a.) tg φ b.) 1- cos φ c.) (cos φ - sen φ) d.) m g sen φ

5. Considere un bloque de masa 20 kg sobre una superficie con un coeficiente de rozamiento entre ellos de μ= 0.4. El bloque está tirado por una cuerda de la que cuelga una masa de 5 kg a través de una polea sin rozamiento. Determine el valor de la fuerza de roce, compárela con el peso del cuerpo de 5 kg, analice en qué dirección se mueve el sistema. Realice el diagrama de cuerpo libre.



6. Un bloque de aluminio y otro de madera de igual masa parten al mismo instante del reposo sobre un plano inclinado. El coeficiente de roce cinético entre el bloque de aluminio y el plano es despreciable, el del bloque de madera es μ. Indique cuál de las siguientes afirmaciones son correctas.

a. Ambos bloques alcanzan el extremo del plano al mismo tiempo y con la misma velocidad.
b. El bloque de aluminio llega primero al extremo, pero ambos tendrán la misma velocidad al llegar.
c. El bloque de aluminio alcanza el extremo del plano primero y tendrá mayor velocidad que el bloque de madera cuando éste llegue al extremo.
d. Ambos bloques llegan al mismo tiempo pero el bloque de madera se mueve más despacio que el de aluminio.

7. ¿Es irrazonable que el coeficiente de rozamiento sea mayor que uno?

8. Un bloque cuyo peso es de 20 N se encuentra sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la superficie es $\mu_e = 1$. Se ata al bloque una cuerda y se realiza una tensión sobre la misma de 15 N con un ángulo de 30º con la horizontal. Indique cuál de las siguientes afirmaciones son correctas.

e. El bloque permanecerá en reposo. La fuerza de roce estático es de 20 N.
f. El bloque se moverá horizontalmente.
g. El bloque se levantará de la superficie debido a la acción de la cuerda.
h. El bloque permanecerá en reposo, la fuerza de roce estática es de 13 N.

9. Desde el borde de una terraza de altura h se arroja una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad v_0 y una hacia abajo con una velocidad de igual módulo. ¿Con qué, velocidad llega al suelo cada piedra? ¿Cuál es la diferencia en tiempo de vuelo?

10. Una pelota se arroja verticalmente hacia arriba, alcanza su punto más alto y regresa ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta y por qué?

a. La aceleración siempre está en dirección del movimiento.
b. La aceleración siempre se opone a la velocidad.
c. La aceleración siempre está dirigida hacia abajo.
d. La aceleración siempre está dirigida hacia arriba en la subida y hacia abajo en la bajada.

11. Una piedra de masa m arroja hacia arriba con una velocidad inicial v_0 y alcanza una altura h. Una segunda piedra de masa 2m, se tira hacia arriba con una velocidad inicial $2v_0$ ¿qué altura alcanzará?

a) h/2 b) 2 h c) h d) 4 h

12. Una piedra de masa m_1 deja caer desde el techo de un edificio alto. En el mismo momento otra piedra de masa m_2 se deja caer desde una ventana 10 m más abajo del techo. La distancia entre las dos piedras durante la caída:

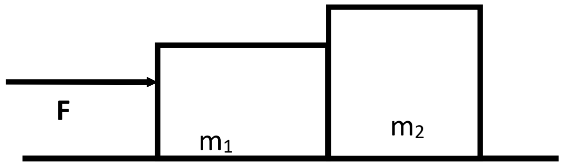
a) disminuye
b) aumenta
c) permanece siempre en 10 m
d) depende de la relación m_2 / m_1

4.7 PROBLEMAS

1. Dos bloques se encuentran en contacto de manera que uno es empujado por una fuerza horizontal y a su vez empuja a otro. Determine el valor de la fuerza de contacto entre ellos si la superficie sobre la que se desplazan tiene rozamiento.

F = 150 N

m_1 = 10 kg m_2 = 20 kg



a) $\mu_1 = 0.25$ $\mu_2 = 0.25$ b) $\mu_1 = 0.25$ $\mu_2 = 0.15$ c) $\mu_1 = 0.15$ $\mu_2 = 0.25$

2. Se lanza una pelota hacia arriba con velocidad inicial de 40 m/s. ¿cuánto tiempo está la pelota en el aire? ¿cuál es la mayor altura que alcanza la pelota? ¿cuándo está la pelota a 15 m del suelo? Realice las gráficas de la posición de la pelota, la velocidad y la aceleración de la pelota en función del tiempo.

3. Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal. Se le aplica una fuerza F paralela al plano cuyo valor se aumenta desde cero hasta 8 N antes que el bloque comience a deslizarse. Para mantenerlo con velocidad constante, una vez que este se ha iniciado, sólo es necesario una fuerza de 4N. Determine: a) El valor de la fuerza de roce durante el reposo. b) La fuerza de roce en el momento de movimiento inminente. c) La fuerza de roce durante el movimiento. d) El valor de los coeficientes de roce estático y dinámico.

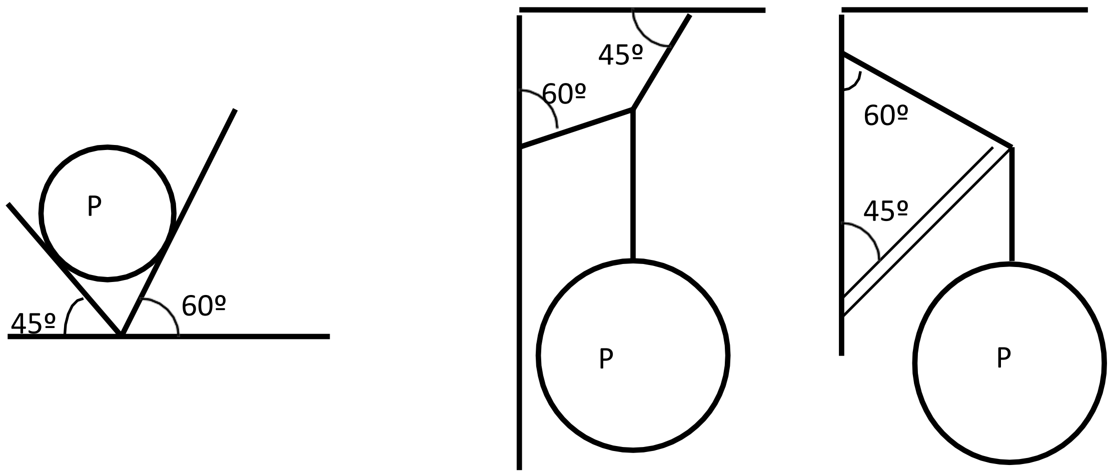
4. Un cuerpo está apoyado sobre un plano inclinado de 37° con respecto a la horizontal y se supone que no existen roces. El cuerpo se mantiene en reposo mediante una fuerza paralela al plano inclinado de 20 N. realice el diagrama de cuerpo libre indicando pares de acción y reacción y calcule: a) El peso del cuerpo. b) La fuerza que el plano inclinado ejerce sobre el cuerpo. c) La aceleración con que el mismo desciende si se suprime la fuerza de 20 N .d) La inclinación que debiera tener el plano para que el cuerpo descienda con una aceleración igual a g/2

5. Un bloque de 10 kg se dispara hacia arriba sobre un plano inclinado liso a 30° con respecto a la horizontal con una velocidad inicial de 14,7 m/s. Realice el diagrama de cuerpo libre y calcule: a) la aceleración del bloque. b) La distancia que recorre antes de detenerse. c) El tiempo que demora en llegar nuevamente a la base del plano. d) La velocidad con que llega al punto de partida.

6. Si para el problema anterior existe una fuerza de roce de 7 N entre el plano y el bloque calcule:

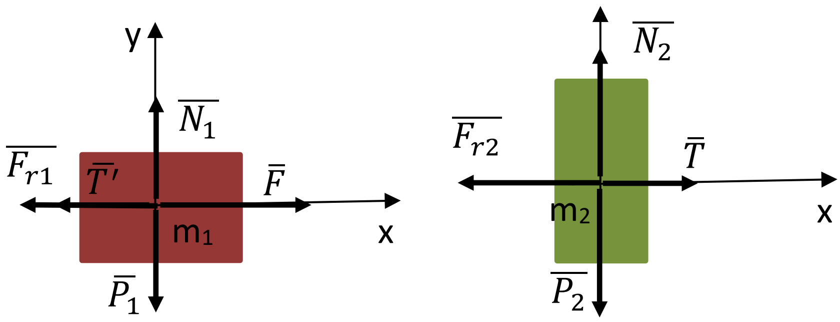
a) La aceleración con que el bloque sube por el plano.
b) La distancia que recorre en ascenso.
c) El tiempo que tarda en recorrer esa distancia.
d) La aceleración de descenso.
e) La velocidad con que llega a la base del plano.
e) El tiempo de descenso por el plano.
f) El coeficiente de rozamiento.

7. Determine el valor de las reacciones de vínculo en los siguientes casos. P = 50 N



4.8 RESPUESTAS

1b)



Como observamos en los diagramas de cuerpo libre de ambos cuerpos,

$\bar{T}\, y\, \bar{T}'\, son\ par\ acción - reacción, por\ lo\ tanto\ T = T'$

Como ambos cuerpos se encuentran en contacto, tendrán la misma aceleración,

$a_1 = a_2 = a$

Escribimos la 2° Ley de Newton para ambos cuerpos:

- Cuerpo m_1=10kg

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 - P_1 = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 = P_1 = m_1.g = 10kg.9{,}8\frac{m}{s^2} = 98N$$

$F_{r1} = \mu_1.N_1 = 0{,}25.98N = 24{,}5N$

$\sum F_x = m_1.a_1 \quad \rightarrow F - \quad T - F_{r1} = 10kg.a \quad \rightarrow \quad 150N - T - 24{,}5N = 10kg.a$ Ecuación con dos incógnitas.

- Cuerpo m_2=20kg

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 - P_2 = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 = P_2 = m_2.g = 20kg.9{,}8\frac{m}{s^2} = 196N$$

$F_{r2} = \mu_2.N_2 = 0{,}15.196N = 29{,}4N$

$\sum F_x = m_2.a_2 \quad \rightarrow T - F_{r2} = 20kg.a \quad \rightarrow \quad T - 29{,}4N = 20kg.a$ Ecuación con dos incógnitas

Resolvemos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left.\begin{array}{l} 150N - T - 24{,}5N = 10kg.a \\ T - 29{,}4N = 20kg.a \end{array}\right]$$

Utilizando el método de sustitución para resolver el sistema,

$$150N - (20kg.a + 29{,}4N) - 24{,}5N = 10kg.a$$

$$150N - 29{,}4N - 24{,}5N = 10kg.a + 20kg.a \rightarrow 96{,}1N = 30kg.a \;\rightarrow\; a = \frac{96{,}1N}{30kg} = 3{,}2\frac{m}{s^2}$$

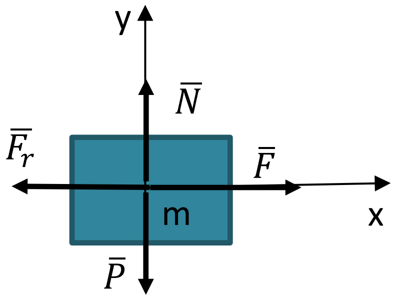
$$T - 29{,}4N = 20kg.a = 20kg.3{,}2\frac{m}{s^2} \;\rightarrow\; T = 64N + 29{,}4N = 93{,}4N$$

2) Tiempo que está la pelota en el aire: 8,16s

Altura máxima: 81,6m

Pelota a 15m del suelo en: t= 0,4s y t=7,77s

3)



a) Como la fuerza externa que se aplica al bloque no hace que éste se mueva hasta que F=8N, por lo tanto, el cuerpo antes se encuentra quieto.

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F - F_r = 0 \;\rightarrow\; F = F_r$$

b) En el momento en que el cuerpo comienza a moverse, como $F=F_r$=8N

c) Cuando el cuerpo comienza a moverse, éste lo hace con velocidad constante, por lo tanto:

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F - F_r = 0 \;\rightarrow\; F = F_r = 4N$$

d) $F_{restáticamáxima} = \mu_e.N$ $\qquad F_{rdinámica} = \mu_d.N$

Como el cuerpo no se desplaza en la dirección y:

$$,\sum F_y = 0 \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = P = m.g = 2kg.9{,}8\frac{m}{s^2} = 19{,}6N$$

Por lo tanto:

$$F_{rest\acute{a}ticam\acute{a}xima} = \mu_e . N \quad \rightarrow \quad 8N = \mu_e . 19{,}6N \quad \rightarrow \quad \mu_e = \frac{8N}{19{,}6N} = 0{,}4$$

$$F_{rdin\acute{a}mica} = \mu_d . N \quad \rightarrow \quad 4N = \mu_d . 19{,}6N \quad \rightarrow \quad \mu_d = \frac{4N}{19{,}6N} = 0{,}2$$

4)

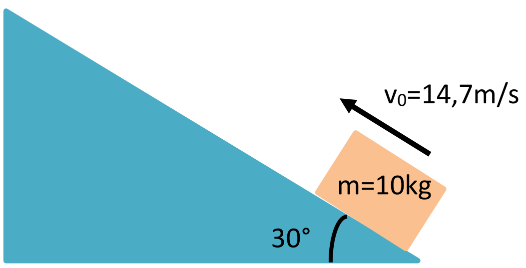
a) P=33,2N

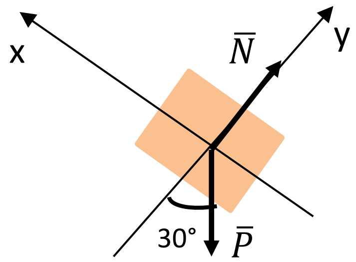
b) N=26,5N

c) a= 5,9 m/s^2

d) φ=30°

5) Para el planteo de problemas con un plano inclinado, ***siempre conviene*** tomar uno de los ejes en la dirección de movimiento del cuerpo.





a) Para resolver el problema debemos plantear la 2° Ley de Newton, pero vemos que la fuerza Peso no se encuentra en la dirección de ninguno de los ejes. Entonces la descomponemos en sus componentes:

$$P = m.g = 10kg.9{,}8\frac{m}{s^2} = 98N \quad \rightarrow \quad P_x = -P.sen30° = -49N \;;\; P_y = -P.cos30° = -84{,}87N$$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad N - P_y = 0 \quad \rightarrow \quad N = P_y = 84{,}87N$$

$$\sum F_x = m.a \quad \rightarrow \quad -P_x = 10kg.a \quad \rightarrow \quad a = -\frac{49N}{10kg} = -4{,}9\frac{m}{s^2}$$

b) Ahora nos encontramos con un MRUV

$$v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta x \quad \rightarrow \quad 0 = (14{,}7\,m/s)^2 - 2.4{,}9\frac{m}{s^2}.\Delta x \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{-(14{,}7\,m/s)^2}{-2.4{,}9\frac{m}{s^2}} = 22{,}05\,m$$

c) Calculamos el tiempo que demora en llegar hasta el punto de velocidad cero. Cuando baja, desciende la misma distancia y como la única fuerza que actúa es el peso, por lo tanto, el tiempo que demora en bajar es el mismo que demora en subir.

Tiempo que demora en subir:

$$v = v_0 + a.t \quad \rightarrow \quad 0 = 14{,}7\frac{m}{s} - 4{,}9\frac{m}{s^2}.t \quad \rightarrow \quad t = \frac{-14{,}7\frac{m}{s}}{-4{,}9\frac{m}{s^2}} = 3s$$

Tiempo que demora en llegar a la base del plano: t = 2.3s = 6s

d) Sin realizar ningún cálculo (única fuerza que contribuye al movimiento la componente *x* del peso)

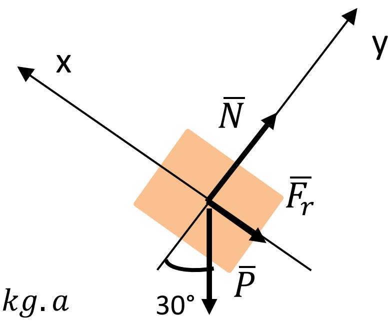
$v = -14{,}7\ m/s$

6) Tenemos el mismo problema que el anterior pero ahora actúa una fuerza de roce entre el cuerpo y el plano inclinado. Como la fuerza de roce siempre se opone al movimiento del cuerpo, vamos a separa este problema en 2: uno cuando el cuerpo sube y el otro cuando el cuerpo baja.

- ✓ ***Sube***

$$P = m.g = 10kg.9{,}8\frac{m}{s^2} = 98N \quad \rightarrow \quad P_x = -P.sen30° = -49N \ ; \ P_y = -P.cos30° = -84{,}87N$$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.



$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad N - P_y = 0 \quad \rightarrow \quad N = P_y = 84{,}87N$$

$$\sum F_x = m.a \quad \rightarrow \quad -P_x - F_r = 10kg.a \quad \rightarrow -49N - 7N = 10kg.a$$

$\boldsymbol{a})\ a = \frac{-49N-7N}{10kg} = -5{,}6\frac{m}{s^2}$

b)

$$v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta x \quad \rightarrow \quad 0 = (14{,}7\ m/s)^2 - 2.5{,}6\frac{m}{s^2}.\Delta x \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{-\left(14{,}7\frac{m}{s}\right)^2}{-2.5{,}6\frac{m}{s^2}} = 19{,}3\ m$$

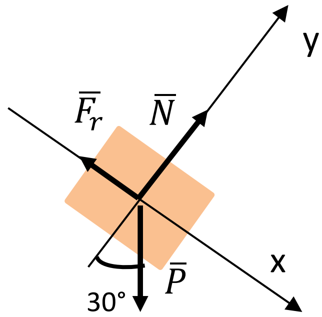
c)

$$v = v_0 + a.t \quad \rightarrow \quad 0 = 14{,}7\frac{m}{s} - 5{,}6\frac{m}{s^2}.t \quad \rightarrow \quad t = \frac{-14{,}7\frac{m}{s}}{-5{,}6\frac{m}{s^2}} = 2{,}6s$$

- ✓ ***Baja (ver sentido eje x)***

$$P = m.g = 10kg.9{,}8\frac{m}{s^2} = 98N \quad \rightarrow \quad P_x = P.sen30° = 49N \ ; \ P_y = -P.cos30° = -84{,}87N$$

Este cuerpo solamente se desplaza en forma horizontal (paralela al eje x), por lo tanto, no tiene movimiento en el eje y.



$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad N - P_y = 0 \quad \rightarrow \quad N = P_y = 84{,}87N$$

$$\sum F_x = m.a \quad \rightarrow \quad P_x - F_r = 10kg.a \quad \rightarrow 49N - 7N = 10kg.a$$

$$\boldsymbol{d})\ a = \frac{49N - 7N}{10kg} = 4{,}2\frac{m}{s^2}$$

e)

$$v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta x = 0 + 2.4{,}2\frac{m}{s^2}.19{,}3m = 162{,}12\frac{m^2}{s^2} \quad \rightarrow \quad v = 12{,}7\ m/s$$

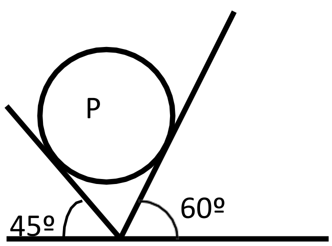
f)

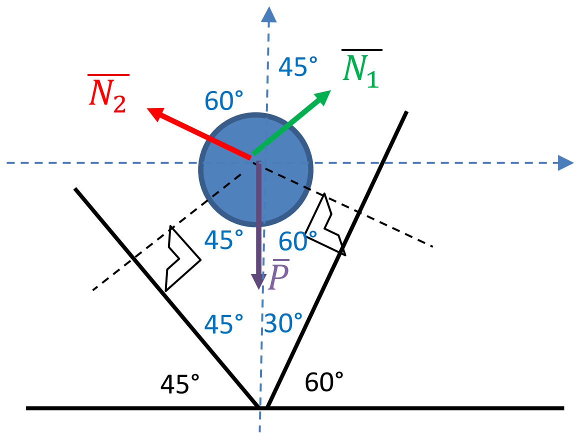
$$v = v_0 + a.t \quad \rightarrow \quad 12{,}7\frac{m}{s} = 0 + 4{,}2\frac{m}{s^2}.t \quad \rightarrow \quad t = \frac{12{,}7\frac{m}{s}}{4{,}2\frac{m}{s^2}} = 3{,}02s$$

g)

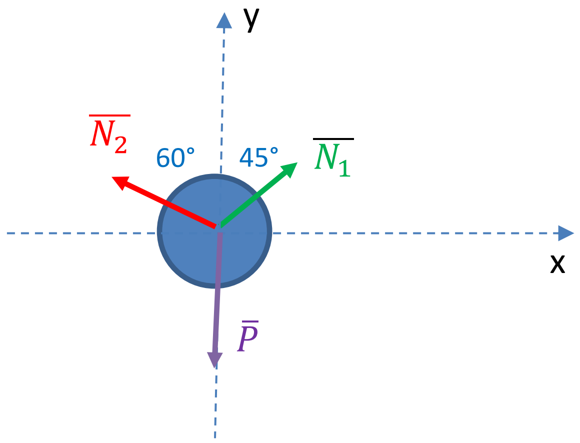
$$F_r = \mu.N \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{F_r}{N} = \frac{7N}{84{,}87N} = 0{,}08$$

7)





En el dibujo se aprecia que las normales N_1 y N_2 son las fuerzas que ambos planos inclinados ejercen sobre el cuerpo. En línea punteada está dibujada la prolongación de dichas fuerzas, para mostrar que son normales (forman 90°) con los planos que las realizan. En color negro están los ángulos datos y en azul los que uno puede ir deduciendo utilizando triángulos rectángulos.



Como el cuerpo está en reposo (quieto):

$$\sum F_x = 0 \quad y \quad \sum F_y = 0$$

Antes de plantear dichas ecuaciones, descomponemos las fuerzas que no están actuando en la dirección de los ejes.

$N_{1x} = N_1.sen45°$; $N_{1y} = N_1.cos45°$

$N_{2x} = -N_2.sen60°$; $N_{2y} = N_2.cos60°$

Ahora estamos en condiciones de plantear la 2° Ley de Newton:

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad N_{1x} - N_{2x} = 0 \quad \rightarrow \quad N_1.sen45° - N_2 sen\ 60° = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad N_{1y} + N_{2y} - P = 0 \quad \rightarrow \quad N_1.cos45° + N_2 cos\ 60° - 50N = 0$$

Nos queda resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Lo resolvemos mediante el método de sustitución. De la primera ecuación despejamos unas de las incógnitas y luego la sustituimos en la segunda ecuación y resolvemos:

$$N_1.sen45° - N_2 sen\ 60° = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 sen45° = N_2.sen60° \quad \rightarrow \quad N_1 = \frac{N_2.sen60°}{sen45°}$$

$$N_1.cos45° + N_2 \cos 60° - 50N = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{N_2.sen60°}{sen45°}.cos45° + N_2.cos60° - 50N = 0$$

Agrupando términos y resolviendo:

$$N_2 = \frac{50N}{\frac{sen60°.cos45°}{sen45°} + cos60°} = 36{,}6N$$

$$N_1 = \frac{N_2.sen60°}{sen45°} = 44{,}8N$$

7B) $T_1 = 136{,}6N \quad T_2 = 167{,}3N$

7C) $T_1 = 36{,}6N \quad T_2 = 44{,}8N$